

Clase 5

1. Demuestre que $\forall n \geq 10$ se tiene que $n^3 < 2^n$
2. Probar que para $n \geq 1$ se tiene que $2 \cdot 7^n + 3 \cdot 5^n - 5$ es divisible por 24.
3. Demuestre que \sqrt{p} con p primo es un número irracional.
4. Sea b un número real y definamos el conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} : (\forall \varepsilon > 0) x < b + \varepsilon\}$
Pruebe que A es acotado superiormente y que tiene un supremo. Demuestre además que $\sup A = b$. ¿ A tiene máximo?
5. Demuestre que $\sup A + B = \sup A + \sup B$ y que si $A, B \subseteq [0, \infty)$ se cumple que $\sup AB = \sup A \sup B$.
6. Pruebe que, dado un número x , existe un entero n tal que $n \leq x < n + 1$
7. **Propuesto**
 - a) Sea x un número irracional. Sea $\epsilon > 0$. Mostrar que existen enteros m y n tales que $|mx - n| < \epsilon$
 - b) Dado N , mostrar que existen enteros m y n tales que $|mx - n| \leq \frac{1}{N}$
 - c) Sea w cualquier número y $\epsilon > 0$.
Mostrar que existen enteros p y q tales que $|qx - p - w| < \epsilon$