

---

Universidad De Chile  
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas  
Departamento de Ingeniería Matemática

Profesor: Jorge Amaya A.  
Auxiliar: Bolívar Díaz L.  
Francisco Silva A.

**Álgebra , sección 4**

**2005 - Segundo semestre**

---

AUXILIAR 21

TRABAJO DIRIGIDO PARA EXAMEN

---

**Problema 1.** *Encuentre la descomposición de Jordan de la siguiente matriz:*

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

**Problema 2.** *Dibuje y estudie las siguientes cónicas:*

a)  $3x^2 + 3y^2 + 2xy + 6x + 10y - 3 = 0$

b)  $2x^2 + 4y^2 - 2xy + 7y = 8.$

**Problema 3.**

i) *Demuestre que  $\{1+x, x+x^2, \dots, x^{n-1}+x^n, x^n\}$  es base de  $\mathcal{P}_n(\mathbb{R})$ .*

ii) *Sea  $\phi$  la aplicación lineal de  $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$  en  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$  tal que  $\phi(p) = xp + x^2p'$ .  
Determine la matriz de  $\phi$  con respecto a las bases:*

a)  $\{1, x, x^2\}, \{1, x, x^2, x^3\}.$

b)  $\{1+x, x^2+x, x^2\}, \{1+x, x^2, x^2+x^3, x^3\}.$

**Problema 4.** *Sea  $A$  una matriz cuadrada. Definimos*

$\exp(A) = I + A + \frac{1}{2!}A^2 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}A^k$ . *Calcule explícitamente  $\exp(A)$  para:*

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$