

Auxiliar 8, MA11A-4

Profesor: Jorge Amaya

Auxiliares: Bolívar Díaz, Francisco Silva

1. Sea V un espacio vectorial sobre el cuerpo K y U, W subespacios de V . Demuestre que $U \cup W$ es subespacio vectorial de $V \Leftrightarrow (U \subseteq W) \vee (W \subseteq U)$. Deduzca que $U \neq V \wedge W \neq V \Rightarrow U \cup W \neq V$.

2. Estudie la dependencia lineal o independencia lineal en los siguientes casos:

i) $\{(1, 2, -1, 2), (2, 3, 0, -1), (1, 3, -1, 0), (1, 2, 1, 4)\}$ en \mathbb{R}^4

ii) $\{(x - a), x(x - a), x^2(x - a), \dots, x^{n-2}(x - a)\}$ en $P_n(\mathbb{R})$, $a \in \mathbb{R}$.

iii) $\{1, i\}$ en \mathbb{C} como e.v sobre \mathbb{C} y en \mathbb{C} como e.v sobre \mathbb{R} .

3. En $F(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ se define el conjunto de funciones $f_k(x) = |x - k|$. Demuestre que $\{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ es linealmente independiente. ¿Es base?

4. Sea V un e.v sobre K . Sean U, W s.e.v de V , $Z = U \cap W$, I un suplementario de Z con respecto a U , R un suplementario de Z con respecto a W . Demuestre que los s.e.v $Z + I$ y R son suplementarios con respecto a $U + W$.

5. Demuestre que el conjunto

$$X = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}$$

es base de $M_{22}(\mathbb{R})$. Deduzca como se escribe una matriz arbitraria con respecto a esta base.