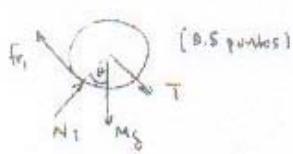


# PAUTA P2 Mecánica

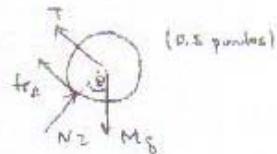
Introducción a la Física FI10A-06  
Andrés Meza  
Semestre Primavera 2004

## SOLUCIÓN CONTROL 3

1)



(0.5 puntos)



(0.5 puntos)

$\sum \tau$  alr a puntos de contacto con el suelo

$$(0.5 \text{ puntos}) \quad TR + Mg R \operatorname{sen} \theta = (I_1 + mR^2) \alpha \quad (1)$$

$$(0.5 \text{ puntos}) \quad -TR + Mg R \operatorname{sen} \theta = (I_2 + mR^2) \alpha \quad (2)$$

=>

$$2MgR \operatorname{sen} \theta = (I_1 + I_2 + 2mR^2) \alpha$$

$$\boxed{\alpha = \frac{2MgR \operatorname{sen} \theta}{I_1 + I_2 + 2mR^2}} \quad (1 \text{ pto})$$

simplificando en (1) o (2)

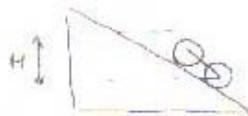
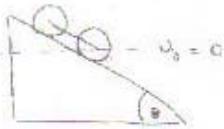
$$T = \frac{(I_1 + mR^2)}{R} \alpha - Mg \operatorname{sen} \theta$$

$$\boxed{T = \frac{(I_1 - I_2)}{I_1 + I_2 + 2mR^2} Mg \operatorname{sen} \theta} \quad (1 \text{ pto})$$

(2)

## SOLUCIÓN CONTROL 3

ii)



$$E_i = 0$$

$$E_f = -2MgH + \frac{1}{2}M\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m\dot{z}^2 + \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_2^2$$

(4 ptos)

Conservación de energía  $E_i = E_f$  (0.5 ptos)

$$Mg^2 + \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 = 2MgH$$

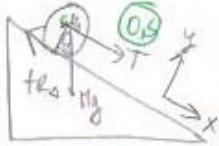
$$\left( 2M + \frac{I_1}{R^2} + \frac{I_2}{r^2} \right) \dot{\theta}^2 = \frac{4MgH}{I_1 + I_2} \quad (0.5 \text{ ptos})$$

$$\boxed{\dot{\theta} = 2\sqrt{\frac{MgH}{2M\dot{\theta}^2 + I_1 + I_2}}} \quad (1 \text{ ptos})$$

PAUTA P2: revisión No oficial

i)

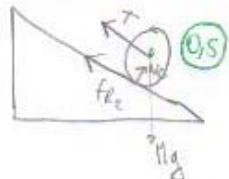
DCL



$$\sum M_O = R f_{Rx} = I_1 \alpha_1 \quad (1) \quad 0,5$$

$$\sum F_x = T + Mg \sin \theta - f_{Rx} = Ma_1 \quad (2) \quad 0,5$$

$$a_1 = R \alpha_1$$



$$\sum M_O = R f_{Rx} = I_2 \alpha_2 \quad (3) \quad 0,5$$

$$\sum F_x = -T - f_{Rx} + Mg \sin \theta = Ma_2 \quad (4) \quad 0,5$$

$$a_2 = R \alpha_2$$

$$\text{Además } a_1 = a_2 = a \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$$

$$(2) + (4) \Rightarrow Mg \sin \theta - f_{Rx} - f_{Rx} + Mg \sin \theta = Ma_1 + Ma_2$$

$$\text{de (1) y (3)} \quad Mg \sin \theta - \frac{I_1 \alpha_1}{R} - \frac{I_2 \alpha_2}{R} + Mg \sin \theta = Ma_1 + Ma_2$$

$$2Mg \sin \theta - \frac{I_1 a_1}{R^2} - \frac{I_2 a_2}{R^2} = Ma_1 + Ma_2$$

$$2Mg \sin \theta - a \left( \frac{I_1 + I_2}{R^2} \right) = 2Ma$$

$$2Mg \sin \theta = a \left[ 2R + \frac{I_1 + I_2}{R^2} \right] = \left[ \frac{2R^2 + I_1 + I_2}{R^2} \right] a$$

$$\Rightarrow a = \frac{2Mg \sin \theta R^2}{2R^2 + I_1 + I_2} \quad (0,3) \quad \alpha = \frac{2Mg \sin \theta R}{2R^2 + I_1 + I_2}$$

Al empleando en (2) o (4)

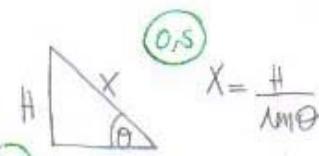
$$T = \frac{(I_1 - I_2) Mg \sin \theta}{I_1 + I_2 + 2R^2} \quad (0,3)$$

$$ii) N_f^2 - N_x^2 = 2ax \quad (0,5)$$

$$N_x = 0$$

$$\Rightarrow N_f = \sqrt{2ax} \quad (1)$$

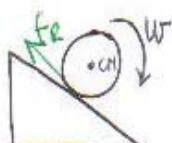
$$\text{Al empleando } N_f = \sqrt{\frac{4Mg \sin \theta R^2 \cdot H}{2R^2 + I_1 + I_2} \frac{H}{\sin \theta}} = 2R \sqrt{\frac{Mg \cdot H}{2R^2 + I_1 + I_2}}$$



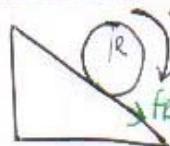
$$X = \frac{H}{\sin \theta}$$

Notas sobre la corrección:

①



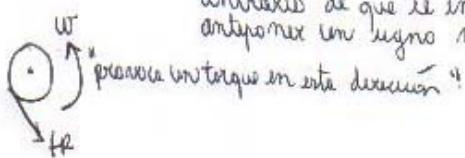
La fuerza de roce apunta hacia arriba.



Si la fuerza de roce la colocásemos apuntando hacia abajo, al hacer la suma de los torques con respecto al centro de masa se llegaría a lo siguiente:

$$f_r \cdot R = I \alpha$$

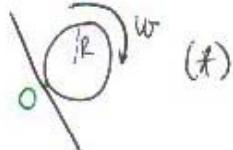
Sin embargo, si la fuerza de roce apunta hacia abajo la suma de los torques indicaría que el cilindro rota en sentido contrario al que se indica. Por lo tanto, el correcto habría sido antepor un signo meno en la ecuación  $f_r \cdot R = -I \alpha$ .



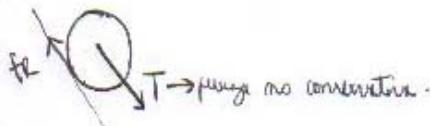
② Los momentos de inercia que se deben usar con respecto al centro de masa de los cilindros.

Por lo tanto, si hacen torque desde el punto O (ver figura+) el momento de inercia quedaría de la siguiente forma:

$$\sum \tau = (I + MR^2) \alpha$$



③ No se podía olvidar conservación de energía para un cilindro arrastrado, ya que sobre este cilindro actúa actuando la fricción de arrastre que es una fuerza no conservativa. La energía del sistema se conserva ( $Energía I + Energía 2D = const$ )



④ Las fuerzas de roce que actúan sobre los cilindros son diferentes. Y por ningún motivo se cumplía  $f_r = \mu N$ , ya que se trata de un roce estático (RSR)