

ME33A - Mecánica de Fluidos

Pauta Control 3

Semestre Primavera 2004

Problema 1

Se tiene $f = f(\rho, V, d, \mu)$. Luego, las variables involucradas son $f, \rho, V, d, \mu \Rightarrow 5$

Se elije MLT para determinar las dimensiones básicas

$$\begin{array}{ccccc} f & \rho & V & d & \mu \\ 1/T & M/L^3 & L/T & L & M/LT \end{array}$$

Como se tienen 5 variables involucradas y 3 dimensiones básicas, se tienen 2 grupos adimensionales.

Se elijen ρ, V, d como variables repetidas, por lo tanto

$$\Pi_1 = f \rho^a V^b d^c$$

$$M^0 L^0 T^0 = 1/T (M/L^3)^a (L/T)^b L^c$$

$$M:0 = a$$

$$L:0 = -3a + b + c \quad c = 1$$

$$T:0 = -b - 1 \quad b = -1$$

$$\Pi_1 = \frac{fd}{V}$$

$$\Pi_2 = \mu \rho^a V^b d^c$$

$$M:0 = a + 1 \quad a = -1$$

$$L:0 = -3a + b + c \quad c = -1$$

$$T:0 = -b - 1 \quad b = -1$$

$$\Pi_2 = \frac{\mu}{\rho V d}$$

Luego,

$$\frac{fd}{V} = \phi \left(\frac{\rho V d}{\mu} \right)$$

Para que exista similitud dinámica, suponiendo que existe similitud geométrica, los grupos adimensionales deben tener el mismo valor, luego

$$\left(\frac{\rho V d}{\mu} \right)_1 = \left(\frac{\rho V d}{\mu} \right)_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{\rho V d}{\mu} \right)_1 = \left(\frac{\rho V d}{\mu} \right)_2 \Rightarrow \left(\frac{fd}{V} \right)_1 = \left(\frac{fd}{V} \right)_2 \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{V_1}{V_2} \frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{4}$$

Problema 2

La energía se conserva, usando Bernoulli entre la entrada del filtro de aire (1), y dentro de la bodega (2), se tiene que:

$$B_1 + \Delta P_s = B_2 + \Delta P_r$$

Donde:

$$B_1 = \frac{1}{2} \rho_{aire} V_1^2$$

$$B_2 = P_2 + \rho_{aire} g Z_2 = 8 \cdot 10^{-3} \cdot \rho_{agua} g + \rho_{aire} g Z_2 = 8 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 \cdot 9,81 + 1,23 \cdot 9,81 \cdot 4,3 = 130,36 [Pa]$$

ΔP_s es la potencia del soplador centrífugo

ΔP_r son las pérdidas en la red.

Como el aire de la bodega de 1400 m^3 de volumen debe renovarse 3 veces por hora.

$$Q = \frac{1400 * 3}{60} = \frac{7}{6} [m^3/s]$$

Por conservación de caudal: $V_1 = \frac{Q}{A_1}$, con $A_1 = 0,8 * 0,6 = 0,48 [m^2]$. Entonces $V_1 = 2,43 [m/s]$, luego $B_1 = 3,63 [Pa]$

Por otro lado:

$$\Delta P_r = \Delta P_k + \Delta P_f$$

Con:

$$\Delta P_k = \frac{1}{2} (K_c + K_d) \rho_{aire} V_2^2 + \frac{1}{2} K_f \rho_{aire} V_1^2$$

$$\Delta P_f = \frac{f L_2}{D_2} \frac{1}{2} \rho_{aire} V_2^2$$

Si se selecciona un $V_2 \leq 25 [m/s]$, en particular $V_2 = 25 [m/s] \Rightarrow A_2 = \frac{Q}{V_2} = 0,047$, luego $D_2 = 0,243 [m]$

Con lo que se obtiene un Reynolds de $Re = 499830$.

Reemplazando se obtiene que las pérdidas son $\Delta P_k = 1011,39 [Pa]$, y $\Delta P_f = 19390,62 [Pa]$.

Usando la relación explícita de Swamee y Jain, se tiene que:

$$f = \frac{0,25}{[\log(\frac{\epsilon/D_2}{3,7} + \frac{5,74}{Re^{0,9}})]^2} = 0,0289$$

Reemplazando y despejando de la ecuación de Bernoulli se llega a que la potencia del soplador centrífugo es:

$$\Delta P_s = 130,36 + (1011,39 + 19390,62 * 0,0289) - 3,63 = 1699,38[Pa]$$

$$\text{Luego } Pot_s = \Delta P_s * Q = 1,982[kW]$$

A continuación se muestran las distintas posibilidades de selección de V_2 en la figura 1

V2 [m/s]	A2 [m2]	D2 [m]	Re	Pk [Pa]	Pf [Pa]	f	Pv [Pa]	Pot [kW]
25	0.047	0.244	4.998E+05	1011.39	19390.62	0.0289	1699.39	1.983
24	0.049	0.249	4.897E+05	934.54	17509.34	0.0288	1565.26	1.826
23	0.051	0.254	4.794E+05	860.84	15742.05	0.0286	1438.07	1.678
22	0.053	0.260	4.689E+05	790.26	14086.35	0.0284	1317.70	1.537
21	0.056	0.266	4.581E+05	722.83	12539.78	0.0283	1204.04	1.405
20	0.058	0.273	4.471E+05	658.53	11099.84	0.0281	1097.00	1.280
19	0.061	0.280	4.357E+05	597.37	9763.95	0.0279	996.47	1.163
18	0.065	0.287	4.241E+05	539.34	8529.49	0.0277	902.32	1.053
17	0.069	0.296	4.122E+05	484.46	7393.74	0.0275	814.46	0.950
16	0.073	0.305	3.999E+05	432.70	6353.92	0.0273	732.76	0.855
15	0.078	0.315	3.872E+05	384.09	5407.17	0.0271	657.11	0.767
14	0.083	0.326	3.740E+05	338.61	4550.53	0.0268	587.38	0.685
13	0.090	0.338	3.604E+05	296.27	3780.94	0.0266	523.47	0.611
12	0.097	0.352	3.463E+05	257.06	3095.24	0.0263	465.24	0.543
11	0.106	0.368	3.315E+05	220.99	2490.14	0.0260	412.56	0.481
10	0.117	0.386	3.161E+05	188.06	1962.19	0.0257	365.31	0.426
9	0.130	0.406	2.999E+05	158.26	1507.81	0.0254	323.34	0.377
8	0.146	0.431	2.827E+05	131.60	1123.22	0.0251	286.52	0.334
7	0.167	0.461	2.645E+05	108.08	804.43	0.0247	254.71	0.297
6	0.194	0.498	2.449E+05	87.69	547.17	0.0243	227.74	0.266
5	0.233	0.545	2.235E+05	70.44	346.87	0.0239	205.46	0.240
4	0.292	0.610	1.999E+05	56.32	198.56	0.0234	187.71	0.219
3	0.389	0.704	1.731E+05	45.35	96.73	0.0229	174.29	0.203
2	0.583	0.862	1.414E+05	37.50	35.10	0.0223	165.02	0.193
1	1.167	1.219	9.997E+04	32.80	6.20	0.0217	159.67	0.186

Figura 1:

Problema 3

Se tiene que

$$\sum F_x = m \cdot a = m \frac{dV}{dt} = -F_D$$

Luego

$$\begin{aligned} -F_D &= -C_D A \frac{1}{2} \rho V^2 = m \frac{dV}{dt} \\ \frac{C_D A \rho}{2m} dt &= -\frac{dV}{V^2} \end{aligned}$$

Integrando

$$\begin{aligned} \frac{C_D A \rho}{2m} \int_{t_i}^{t_f} dt &= \int_{V_i}^{V_f} -\frac{dV}{V^2} \\ \frac{C_D A \rho}{2m} \underbrace{(t_f - t_i)}_{7,09} &= \left(\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right) \end{aligned}$$

Reemplazando con los valores, tomando en cuenta que $V_i = 97,2 \text{ m/s}$ y $V_f = 55,6 \text{ m/s}$, se tiene que

$$\begin{aligned} C_D &= \frac{2 \cdot 8000}{10 \cdot 1,23} \cdot \frac{\left(\frac{1}{55,6} - \frac{1}{97,2} \right)}{7,09} \\ C_D &= 1,412 \end{aligned}$$