

3. Si $g'(\lambda) < 0$, entonces para $\lambda < \bar{\lambda}$ se tiene que $g'(\bar{\lambda}) \cdot (\lambda - \bar{\lambda}) > 0$, y por convexidad de g se tiene que $g(\lambda) \geq g(\bar{\lambda})$, y por lo tanto, el mínimo de g está contenido en $[\bar{\lambda}, b]$.

El método de la bisección

0. Partir con $[a_0, b_0] = [a, b]$, $\varepsilon > 0$, $l > 0$ (tolerancias dadas), y $k = 0$.
1. Sea $[a_k, b_k]$ el intervalo de búsqueda en la etapa k .
Sea $\lambda_k = (a_k + b_k)/2$ y calcular $\theta'(\lambda_k)$.
Si $|\theta'(\lambda_k)| < \varepsilon$, terminar, $\bar{\lambda} = \lambda_k$ (es una aproximación al mínimo de g) caso contrario, ir a 2.
2. Si $\theta'(\lambda_k) > 0$, definir $[a_{k+1}, b_{k+1}] = [a_k, \lambda_k]$, ir a 3.
Si $\theta'(\lambda_k) < 0$, definir $[a_{k+1}, b_{k+1}] = [\lambda_k, b_k]$, ir a 3.
3. Si $(b_{k+1} - a_{k+1}) < l$, terminar, con $\bar{\lambda} = \lambda_k$ caso contrario, $k = k + 1$, ir a 1.

Notar que después de p iteraciones la longitud del intervalo correspondiente es $(\frac{1}{2})^p(b - a)$, y por lo tanto, dado $l > 0$, el número de iteraciones, requerido para cumplir con la tolerancia l , es tal que, $(\frac{1}{2})^p \leq l/(b - a)$.

En lugar de elegir λ_k como el punto medio de $[a_k, b_k]$, se puede elegir mediante otra “ubicación” de λ_k en cada iteración (e.g., λ_k se elige según la sección aurea, $\lambda_k = a_k + \alpha(b_k - a_k)$).

Método de Newton

Este método está basado en la aproximación cuadrática de la función g en un punto dado $\bar{\lambda}$;

$$g(\lambda) = g(\bar{\lambda}) + g'(\bar{\lambda})(\lambda - \bar{\lambda}) + \frac{1}{2}g''(\bar{\lambda})(\lambda - \bar{\lambda})^2 \text{ (} g \text{ debe ser dos veces derivable)}$$

Si se elige $\bar{\lambda}$ tal que $g'(\bar{\lambda}) = 0$, entonces $\bar{\lambda}$ cumple: $\bar{\lambda} = \bar{\lambda} - \frac{g'(\bar{\lambda})}{g''(\bar{\lambda})}$

El método consiste en las siguientes etapas:

0. Partir con $\varepsilon_1 > 0$, $\varepsilon_2 > 0$ y $\varepsilon_3 > 0$ (tolerancias dadas) y una “adivinanza” $\lambda_0 \in I$ (intervalo de búsqueda), $k = 0$.
1. (iteración k) Calcular $g'(\lambda_k)$ y $g''(\lambda_k)$. Si $|g'(\lambda_k)| < \varepsilon_1$, terminar con $\bar{\lambda} = \lambda_k$.
Caso contrario, calcular $\lambda_{k+1} = \lambda_k - \frac{g'(\lambda_k)}{g''(\lambda_k)}$ (esto supone $|g''(\lambda_k)| > \varepsilon_2$), ir a 2.
2. Si $|\lambda_{k+1} - \lambda_k| < \varepsilon_3$, terminar con $\bar{\lambda} = |\lambda_{k+1} - \lambda_k|/2$. Caso contrario, $k = k + 1$, ir a 1.

La eficacia de este método depende de la “cercanía” de λ_0 (adivinanza) con $\bar{\lambda}$ (mínimo de g) para asegurar la convergencia de la sucesión $\{\lambda_k\}$ a $\bar{\lambda}$, tal como lo asegura la siguiente propiedad.

Propiedad. Sea $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dos veces derivable, y sea $\bar{\lambda}$ tal que $g'(\bar{\lambda}) = 0$ y $g''(\bar{\lambda}) \neq 0$.