

Ejemplo. Sea $f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_1x_2$ y $\bar{x} = (1, 1)$. Entonces, $F_0 = \{d : \nabla f(1, 1) \cdot d < 0\}$ se obtiene graficamente como sigue:

- Se traza el vector $\nabla f(1, 1) = (1, -1)$ en $\bar{x} = (1, 1)$.
- Se grafica la recta perpendicular a $\nabla f(1, 1)$ que pasa por $\bar{x} = (1, 1)$. Esta recta divide al plano en dos semiplanos
- F_0 es el semiplano (determinado por la recta obtenida anteriormente) que no contiene a $\nabla f(1, 1) = (1, -1)$.

I. PROBLEMAS SIN RESTRICCIONES

Condiciones necesarias para la optimalidad:

Prop.2. Sea $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ función diferenciable en \bar{x} , $\bar{x} \in \text{Int}(D_f)$. Si \bar{x} es un óptimo de f (mín. ó máx.) entonces $\nabla f(\bar{x}) = \mathbf{0}$.

$\text{Int}(D_f)$ es el interior del dominio de f)

Prop.3 Sea $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ una función dos veces diferenciable en \bar{x} , $\bar{x} \in \text{Int}(D_f)$. Si \bar{x} es un punto mínimo (resp. máximo) de f entonces se cumple:

- (1) $\nabla f(\bar{x}) = \mathbf{0}$.
- (2) $H_f(\bar{x})$ es definido semi-positivo (resp. semi-negativo).
($H_f(\bar{x})$ es el **Hessiano** de f en \bar{x})

La Prop.2 establece una condicion necesaria de 1^{er} orden, y la Prop.3 establece condiciones necesarias de 1^{er} y 2^{do} orden para la optimalidad del problema.