Caso 1. $(a,b) \in F_r(S)$ tal que $a^2+b^2=5, 2<a<\sqrt{5}$.
$\nabla f(a,b) = (2(a-3), 2(b-2))$ y $\nabla g_1(a,b) = (21, 2b)$
En este caso $I=\{1\}$, ya que $g_1(a,b)=0$ y $g_i(a,b)\neq 0$, para $i=2,3,4$
$F_0 = \{\mathbf{d} : (2(a-3), 2(b-2))\cdot \mathbf{d} < 0\}$ y $G_0 = \{\mathbf{d} : (2a, 2b)\cdot \mathbf{d} < 0\}$
Como $2<a<\sqrt{5}$ y $0<b<1$, entonces (a,b) tiene **componentes positivas** y $(a-3, b-2)$ tiene **componentes negativas**, y por lo tanto, $F_0\cap G_0 = \phi$ ssi $(a-3, b-2) = k(a,b)$, algún $\mathbf{k} < \mathbf{0}$ ssi $a-3=ka$ y $b-2=kb \Rightarrow (a-3)b=(b-2)a \Rightarrow 2a=3b \Rightarrow a=\frac{3}{2}b$, pero $a^2+b^2=5 \Rightarrow a^2+\frac{4}{9}a^2=5 \Rightarrow a^2=\frac{45}{13}$, y $b^2=\frac{20}{13} \Rightarrow b>1$, pero esto a una contradicción con $\mathbf{0}<\mathbf{b}<\mathbf{1}$, y por lo tanto, para todo $(a,b)\in F_r(S)$, con $a^2+b^2=5, 2<a<\sqrt{5}, 0<b<1$, se cumple que $F_0\cap G_0\neq\phi$, i.e., (a,b) no es mínimo.
También es posible dar un argumento de tipo geometrico, para comprobar que $F_0\cap G_0 \neq \phi$

Caso 2. (a,b) tal que $a+2b=4(0<a<2)$.
$\nabla f(a,b) = (2(a,b), 2(b-2)), \nabla g_2(a,b) = (1,2)$
Un análisis similar al del caso (1) implica en este caso que $F_0\cap G_0\neq\phi$ si $a=8/3$ y $b=2/3$. Sin embargo, $(8/3, 2/3)\notin S$, y por lo tanto, todo punto (a,b) de este caso verifica $F_0\cap G_0\neq\phi$,i.e., (a,b) no es mínimo.

Caso 3. $(a,b)\in F_r(S)$ tal que $a=0,\ 0<b<2$.
$\nabla f(a,b) = (-6, 2(b-2)), \nabla g_3(a,b) = (-1,0)$
En este caso $I=\{3\}$, ya que $g_3(0,b)=0$, y $g_i(0,b)\neq$, para $i=1,2,4$.
Sea $\mathbf{d}\in G_0$, i.e., $\mathbf{d}=(d_1,d_2)$ con $d_1>0$ (ya que $(-1,0)\cdot\mathbf{d}<0$).
Como en este caso el punto (a,b) satisface $a=0$ y $0<b<2$, existe $\mathbf{d}=(d_1,d_2)$ con $d_1>0$ tal que $\nabla f(0,b)\cdot\mathbf{d}<0$. En efecto, como $d_1>0$, y $0<b<2$, claramente existe d_2 tal que
$\nabla f(0,b)\cdot\mathbf{d} = (-6, 2(b-2))\cdot(d_1,d_2) = -6d_1+2d_2(b-2)<0$
para lo cual basta elegir $d_2>3d_1/(b-2), (0<b<2)$, y por lo tanto, tales vectores $\mathbf{d}\in F_0\cap G_0$, i.e., $F_0\cap G_0\neq\phi$, lo que asegura que $(0,b)$ no es óptimo de (P).

Caso 4. $(a,b)\in F_r(S)$ tal que $0<a<\sqrt{5}, b=0$.
$\nabla f(a,b) = (2(a-3), -4), \nabla g_4(a,b) = (0,-1)$
En este caso $I=\{4\}$,ya que $g_4(a,0)=0$, y $g_i(a,0)\neq 0$ para $i=1,2,3$
Si $\mathbf{d}\in G_0$, entonces $d_2>0$, ya que $\nabla g_4(a,0)\cdot\mathbf{d} = -d_2(\mathbf{d}\in G_0$ ssi $\nabla g_4(a,0)\cdot\mathbf{d}<0)$ y por lo tanto, existe $\mathbf{d}\in G_0$ tal que $\mathbf{d}\in F_0$, para lo cual basta elegir
$d_1>2d_2/(a-3)(\mathbf{d}\in F_0$ ssi $\nabla f(a,0)\cdot\mathbf{d}<0$ ssi $(2(a-3),-4)\cdot(d_1,d_2)<0)$ lo que implica $F_0\cap G_0\neq\phi$, y por lo tanto, $(a,0)$ no es óptimo de (P).