

TAREA 4

GRUPO 4

P1. Sea $f(x_1, x_2) = x_1^4 + 4x_2^2 - 2x_1^2 - 4x_2$.

- (i) Determine el conjunto $C = \{(x_1, x_2) : (x_1, x_2) \text{ es óptimo de } f\}$.
- (ii) Partiendo con $\bar{x} = (0, 0)$ efectúe 2 iteraciones del método del gradiente y usando el tercer punto generado efectúe 1 iteración del método de Newton y discuta su resultado con el de (i) (i.e., compare el último punto generado con (i)).

P2. Considere el siguiente problema:

$$(P) : \text{Min } \{-x_2 : (3-x_1)^3 - x_2 - x_3 = -2, 2x_1 + x_2 - x_3 = 9\}$$

- (i) Determine el conjunto C formado por los puntos que cumplen las condiciones necesarias para la optimalidad de (P) .
- (ii) Determine si hay puntos en C que cumplen las condiciones suficientes para la optimalidad de (P) .

P3. Considere el siguiente problema:

$$(P) : \text{Min } \{(x_1+1)^2 + (x_2+1)^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 2, x_2 \leq 1\}$$

- (i) Determine gráficamente el conjunto S de las soluciones factibles de (P) , y concluya si S es convexo.
- (ii) Determine analítica y gráficamente los conjuntos F_0 y G_0 relativos a los puntos: $(-1, 1)$ y $(1, 1)$, y concluya si son candidatos a óptimo de (P) .
- (iii) Determine el conjunto de puntos C que satisfacen las condiciones necesarias para la optimalidad de (P) (cond. nec. de KTK).
- (iv) Determine si algún punto de C cumple las condiciones suficientes de KTK.

4. Sea $(P) : \text{Min}\{x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 : x_1 + 2x_2 - x_3 = 4, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0\}$

- (i) Determine gráficamente el conjunto S de las soluciones factibles de (P) ,
- (ii) Determine analíticamente los conjuntos F_0, G_0, H_0 relativos a $\bar{x} = (2, 1, 0)$
- (iii) Escriba las condiciones necesarias de KTK y usando estas condiciones determine una solución óptima de (P) ¿es única?.

P5. Considere el S.E.L. $A\bar{x} = \bar{b}$, A de $m \times n$, \bar{b} de $m \times 1$, y sea (P) el problema:

$$(P) : \text{Min } f(\bar{x}), \text{ donde } f(\bar{x}) = \|A\bar{x} - \bar{b}\|^2.$$

- (i) Escriba una condición necesaria para la optimalidad de (P) , y determine si es también condición suficiente. Justifique.
- (ii) Determine si (P) admite una única solución óptima.
- (iii) Determine condiciones que se deben agregar al S.E.L. (i.e., para A y/o \bar{b}), de modo que de (i) y (ii) se pueda obtener la solución óptima de (P) .