TAREA 4

GRUPO 8

P1. Sea $f(x_1, x_2) = (x_1 - x_2^2)^2 + (1 - x_2^2)^2$

(i) Determine el conjunto $C = \{(x_1, x_2) : (x_1, x_2) \text{ es óptimo de } f\}$.

(ii) Partiendo con $\bar{x} = (1,2)$ efectue 2 iteraciones del método del gradiente y usando el tercer punto generado efectue 1 iteracion del método de Newton y discuta su resultadio con el de (i) (i.e., compare el último punto generado con (i)).

P2. Considere el siguiente problema:

$(P) : \text{Min} \{x_1 + x_2^2 : x_1 + x_2 + x_3 = 1,\ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1\}$

(i) Determine el conjunto C formado por los puntos que cumplen las condiciones necesarias para la optimalidad de (P).

(ii) Determine si hay puntos en C que cumplen las condiciones suficientes para la optimalidad de (P).

P3. Considere el siguiente problema:

$(P) : \text{Min} \{(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 6)^2 : x_2 \geq x_1^2,\ x_2 \leq 4\}$

(i) Determine gráficamente el conjunto S de las soluciones factibles de (P), y concluya si S es convexo.

(ii) Determine analítica y gráficamente los conjuntos F_0 y G_0 relativos a los puntos: $(-2,4)$ y $(2,4)$, y concluya si son candidatos a óptimo de (P).

(iii) Determine el conjunto de puntos C que satisfacen las condiciones necesarias para la optimalidad de (P) (cond. nec. de KTK).

(iv) Determine si algún punto de C cumple las condiciones suficientes de KTK.

4. Sea $(P) : \text{Min}\{x_1^2 - x_2 + 3x_3 : x_1 + x_2 + x_3 \leq 0,\ x_1^2 + 2x_2 - x_3 = 0\}$

(i) Determine gráficamente el conjunto S de las soluciones factibles de (P),

(ii) Determine analíticamente los conjuntos F_0, G_0, H_0 relativos a $\bar{x} = (-1,0,1)$.

(iii) Escriba las condiciones necesarias de KTK y usando estas condiciones determine una solución óptima de (P) ¿es única?.

P5. Sean (P_1) y (P_2) los siguientes problemas:

$(P1)$: $\text{Min}\{\sum x_j : \prod_{j=1}^{n} x_j = 1,\ x_j \geq 0,\ j = 1, \ldots, n\}$

$(P2)$: $\text{Min}\{\prod_{j=1}^{n} x_j : \sum_{j=1}^{n} x_j = 1,\ x_j \geq 0,\ j = 1, \ldots, n\}$

Use condiciones de KTK para demostrar que

$$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} x_j \geq \left(\prod_{j=1}^{n} x_j\right)^{1/n}$$