TAREA 4

GRUPO 6

P1. Sea $f(x_1, x_2) = \frac{1}{9} x_1^3 + x_2^2 (2 - x_1 - x_2)$

(i) Determine el conjunto $C = \{(x_1, x_2) : (x_1, x_2) \text{ es óptimo de } f\}$.

(ii) Partiendo con $\bar{x} = (-1, 2)$ efectue 3 iteraciones del método del gradiente y usando el tercer punto generado efectue 2 iteraciones del método de Newton y discuta su resultadio con el de (i) (i.e., compare el último punto generado con (i)).

P2. Considere el siguiente problema:
(P) : Min $\{16x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 : \; x_1 x_2 = 2 \;, \; x_1 + x_2 + x_3 = 3\}$

(i) Determine el conjunto C formado por los puntos que cumplen las condiciones necesarias para la optimalidad de (P).

(ii) Determine si hay puntos en C que cumplen las condiciones suficientes para la optimalidad de (P).

P3. Considere el siguiente problema:
(P) : Min $\{-x_1 - 2x_2 + x_2^3 : x_1 + x_2 \leq 2, \, x_1 \geq 1, \, x_2 \geq 0\}$

(i) Determine gráficamente el conjunto S de las soluciones factibles de (P), y concluya si S es convexo.

(ii) Determine analítica y gráficamente los conjuntos F_0 y G_0 relativos a los puntos: $(1, 1)$ y $(2, 0)$, y concluya si son candidatos a óptimo de (P).

(iii) Determine el conjunto de puntos C que satisfacen las condiciones necesarias para la optimalidad de (P) (cond. nec. de KTK).

(iv) Determine si algún punto de C cumple las condiciones suficientes de KTK.

4. Sea (P) : Min$\{ x_1 + x_2 + x_3 : \frac{a}{x_1} + \frac{b}{x_2} + \frac{c}{x_3} = 3, \; x_i \geq d, \; i = 1,2,3\}$

(i) Determine gráficamente el conjunto S de las soluciones factibles de (P),

(ii) Determine analíticamente los conjuntos F_0, G_0 relativos a $\bar{x} = (a, b, c)$.

(iii) Escriba las condiciones necesarias de KTK y usando estas condiciones determine una solución óptima de (P) ¿es única?.

P5. Sea (P): Min $\{ c \cdot d : d^T d \leq 1 \}$, c de $1 \times n$.

(i) Escriba condiciones necesarias de KTK para la optimalidad de (P). Justifique que tambien son suficientes y demuestre que la solucion optima de (P) es única.

(ii) Use (i) para probar que si $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ es derivable y $\nabla f(\bar{x}) \neq 0$, $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$, entonces el vector $\bar{u} = -\nabla f(\bar{x}) / \|\nabla f(\bar{x})\|$ determina una direccion de descenso para f en $\bar{x}$ tal que si d es cualquier dirección de descenso para f en $\bar{x}$ se cumple que
$$f(\bar{x} + \lambda \bar{u}) < f(\bar{x}) + \lambda d), \quad 0 < \lambda < \alpha \quad, \text{algún } \alpha > 0.$$