TAREA 4

GRUPO 1

P1. Sea $f(x_1, x_2) = x_1^4 + x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2$.

(i) Determine el conjunto $C = \{(x_1, x_2) : (x_1, x_2) \text{ es óptimo de } f\}$.

(ii) Partiendo con $\bar{x} = (0, 2)$ efectue 2 iteraciones del método del gradiente y usando el tercer punto generado efectue 1 iteracion del método de Newton y discuta su resultadio con el de (i) (i.e., compare el último punto generado con (i)).

P2. Considere el siguiente problema:
(P) : Min $\{x_1^2 + 2x_2^2 - x_1x_2 + 2x_1 - 6x_2 : x_1 + 2x_2 = 12,\ x_1^2 + x_2^2 = 8\}$

(i) Determine el conjunto C formado por los puntos que cumplen las condiciones necesarias para la optimalidad de (P).

(ii) Determine si hay puntos en C que cumplen las condiciones suficientes para la optimalidad de (P).

P3. Considere el siguiente problema:
(P) : Min $\{4x_1^2 - 5x_1x_2 - x_2^2 : x_1^2 - x_2 - 4 \leq 0,\ x_1 + x_2 \leq 6,\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0\}$

(i) Determine gráficamente el conjunto S de las soluciones factibles de (P), y concluya si S es convexo.

(ii) Determine analítica y gráficamente los conjuntos F_0 y G_0 relativos a los puntos: $(0, 4)$ y $(1, 5)$, y concluya si son candidatos a óptimo de (P).

(iii) Determine el conjunto de puntos C que satisfacen las condiciones necesarias para la optimalidad de (P) (cond. nec. de KTK).

(iv) Determine si algún punto de C cumple las condiciones suficientes de KTK.

4. Sea (P) : Min$\{x_1 + x_2 : x_1^2 + x_2^2 = 4,\ -2x_1 - x_2 \leq 2\}$

(i) Determine gráficamente el conjunto S de las soluciones factibles de (P),

(ii) Determine analítica y gráficamente los conjuntos F_0, G_0 relativos a $\bar{x} = (2, 0)$

(iii) Escriba las condiciones necesarias de KTK y usando estas condiciones determine una solución óptima de (P) ¿es única?.

P5. Sea (P): Min $\{f(x) : x \in S\}$, $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ diferenciable y convexa, $S \subset \mathbb{R}^n$ convexo.

(i) Demuestre que $\bar{x} \in S$ es óptimo de (P) ssi $\nabla f(\bar{x}) \cdot (x - \bar{x}) \geq 0$, todo $x \in S$.

(ii) Bajo las hipotesis de (P), si ademas S es abierto, demuestre que $\bar{x} \in S$ es optimo de (P) ssi $\nabla f(\bar{x}) = 0$.

(iii) Discuta casos (i) y (ii) ilustrando geometricamente para los siguientes problemas:

(1) $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$, $S = \{(x_1, x_2) : x_1 + x_2 \leq 2,\ x_2 \geq (x_1 - 2)^2\}$

(2) $f(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2$, $S = \{(x_1, x_2) : x_1 + x_2 < 3,\ x_1 > 0,\ x_2 < 2\}$.