TAREA 4

GRUPO 5

P1. Sea $f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2 - 2x_1x_2 + x_2^4$.

(i) Determine el conjunto $C = \{(x_1, x_2) : (x_1, x_2)$ es óptimo de $f\}$.
(ii) Partiendo con $\bar{x} = (2, 0)$ efectue 2 iteraciones del método del gradiente y usando el tercer punto generado efectue 1 iteracion del método de Newton y discuta su resultadio con el de (i) (i.e., compare el último punto generado con (i)).

P2. Considere el siguiente problema:
(P) : Min $\{\frac{1}{3}(x_1^3 + x_2^3 + x_3^3) : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 3,\ x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$

(i) Determine el conjunto C formado por los puntos que cumplen las condiciones necesarias para la optimalidad de (P).
(ii) Determine si hay puntos en C que cumplen las condiciones suficientes para la optimalidad de (P).

P3. Considere el siguiente problema:
(P) : Min $\{-x_1 : (3 - x_2)^3 - x_1 + 2 \geq 0,\ x_1 + 3x_2 \geq 0\}$

(i) Determine gráficamente el conjunto S de las soluciones factibles de (P), y concluya si S es convexo.
(ii) Determine analítica y gráficamente los conjuntos F_0 y G_0 relativos a los puntos: $(2, 3)$ y $(5, -5)$, y concluya si son candidatos a óptimo de (P).
(iii) Determine el conjunto de puntos C que satisfacen las condiciones necesarias para la optimalidad de (P) (cond. nec. de KTK).
(iv) Determine si algún punto de C cumple las condiciones suficientes de KTK.

4. Sea (P) : Min$\{x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 : x_1 + x_2 + x_3 = 3,\ x_1 \geq 1,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0\}$

(i) Determine gráficamente el conjunto S de las soluciones factibles de (P),
(ii) Determine analíticamente los conjuntos F_0, G_0, H_0 relativos a $\bar{x} = (1,1,1)$
(iii) Escriba las condiciones necesarias de KTK y usando estas condiciones determine una solución óptima de (P) ¿es única?.

P5. Sea (P) : Min $\{\sum_1^n f_j(x_j) : \sum x_j = 1,\ x_j \geq 0,\ j = 1, \ldots, n\}$, $f_j : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivable, $j = 1, \ldots, n$

(i) Escriba las condiciones necesarias de KTK para la optimalidad de (P). ¿Son tambien suficientes?
(ii) Suponga que $\bar{x}$ es solucion optima de (P), y sea

$$\delta_j = \frac{\partial f}{\partial x_j}(\bar{x}), \quad \bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n).$$

Demuestre que existe $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que $\delta_j \geq \alpha$ y $(\delta_j - \alpha) \cdot \bar{x}_j = 0$, $j = 1, \ldots, n$.