

MATEMÁTICAS APLICADAS – PRIMAVERA 2004

SECCIÓN 1

JUAN DÁVILA & MAURICIO DUARTE

1. CLASE AUXILIAR 6, 20 SEPTIEMBRE DE 2004

PROBLEMA 1

Encuentre los discos de convergencia para las series

$$\sum_{n \geq 1} 3^n n^3 (n!)^3 \frac{z^{3n}}{(3n)!} \quad , \quad \sum_{n \geq 1} (\log n)^n (z+1)^{n^2}.$$

PROBLEMA 2

Dada la función $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ definida por $f(z) = \frac{1}{2i} \log \frac{1+iz}{1-iz}$,

- (a) Encontrar el dominio $\Omega \subseteq \mathbb{C}$ donde f es analítica y demostrar que $\tan f(z) = z$, es decir que $f(z) = \arctan(z)$.
- (b) Calcular f' y determinar su desarrollo en serie de potencias en torno a $z = 0$, explicitando el radio de convergencia. Deducir el desarrollo de f en torno a $z = 0$.

TAREA, Repetir el estilo de análisis para la función $g(z) = -i \log[z + \sqrt{z^2 - 1}]$.

PROBLEMA 3. INTEGRALES DE FRESNEL

Demuestre las siguientes identidades conocidas como *integrales de Fresnel*:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos(x^2) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \sin(x^2) dx = \sqrt{\frac{\pi}{2}}.$$