

## CLASE AUXILIAR 2

9 AGOSTO 2004

### PROBLEMA 1

La curva  $\Gamma$  es parametrizada mediante  $\vec{r}(t) = (-\cos(At), \sin(At), \sqrt{1 - (At)^2})$ , con  $t \in [0, 2\pi]$ , y además  $0 < 2\pi A < 1$ . Encuentre la parametrización en longitud de arco de  $\Gamma$ .

### PROBLEMA 2

(a) Encontrar un potencial para el campos de fuerza definidos por:

$$\vec{F}(x, y, z) = (y^2 \cos x + z^3)\hat{i} + (2y \sin x - 4)\hat{j} + (3xz^2 + 2)\hat{k}.$$

(b) Para el campo de fuerza  $\vec{F}(x, y, z) = \left( \frac{2xz+2xy}{x^2+y^2}, \frac{2yz}{x^2+y^2}, \ln(x^2 + y^2) - z \right)$ , calcule la integral de trabajo sobre la curva  $\Gamma$ :

$$\vec{r}(t) = (e^{-t} \cos t, e^{-t} \sin t, e^{-t}).$$

### PROBLEMA 3

Encuentre la masa total del alambre parametrizado por:

$$\vec{r}(t) = (6t^2, 4\sqrt{2}t^3, 3t^4) \quad \text{con } t \in [0, 1]$$

en los siguientes casos:

- (i) la densidad en el punto que corresponde a  $t$  es  $t^2$ .
- (ii) la densidad en un punto a una distancia  $s$  del origen a lo largo de la curva es  $s + 1$ .

### PROBLEMA 4 (Propuesto)

Calcular el centro de masa de un resorte helicoidal inscrito en un cono de altura  $h > 0$  y base  $x^2 + y^2 = a^2$ , el cual da dos vueltas antes de llegar arriba y tiene densidad  $\rho(x, y, z) = z$ .

Recordar que el centro de masa de un cuerpo  $\Gamma$ ,  $\vec{G}_\Gamma$  se define:

$$\vec{G}_\Gamma := \frac{1}{M} \int_\Gamma \rho \cdot \vec{r} dr = \frac{1}{M} \int_a^b \rho(\vec{r}(t)) \cdot \vec{r}(t) \|\vec{r}'(t)\| dt,$$

donde  $M$  es la masa del cuerpo  $\Gamma$  y donde la última igualdad vale para un cuerpo  $\Gamma$  unidimensional, parametrizado por  $\vec{r}(t)$ .