Pregunta #1: (Control #3 Semestre Primavera 2003)

Para un proceso de elutriación, se preparará un "pseudo-líquido" de alta densidad, suspendiendo en agua (viscosidad 0,9 cp) partículas de tamaño 0,025 mm y gravedad específica 4,5 con fracción volumétrica de sólidos 37 %.

a) Calcular la densidad media y la viscosidad de esta suspensión suponiendo que su comportamiento será newtoniano.

b) Aplicar este pseudo-líquido a la separación por elutriación de una mezcla de partículas esféricas A y B de gravedades específicas de 5,2 y 2,7 de tamaños entre 0,25 y 0,75 mm respectivamente. Calcular la velocidad de un elutriador que separe la mayor fracción posible de material A (A puro).

c) Calcular la velocidad de un segundo elutriador de las mismas características, alimentado por el overflow del primer elutriador, de modo de que se separe la mayor fracción posible de material B. (B puro).

Solución:

a) La densidad media de la suspensión es:

$$\rho_m = \rho_f (1 - C_v) + \rho_s \cdot C_v$$

$$\rho_m = 1000 \frac{Kg}{m^3}(1 - 0,37) + 4,5 \cdot 1000 \frac{Kg}{m^3} \cdot 0,37$$

$$\boxed{\rho_m = 2295 \frac{Kg}{m^3}}$$

La viscosidad de la misma es:

(Ec. de Thomas.)

$$\mu_r = \frac{\mu_m}{\mu_F} = 1 + 2,5\, C_v + 10,05 \cdot C_v^2 + 0,00273 \exp(16,6\, C_v)$$

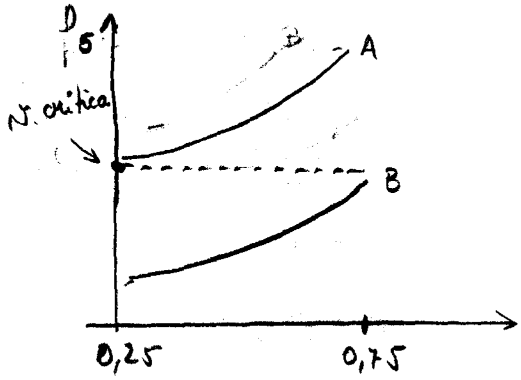
$$\mu_r = 1 + 2,5 \cdot 0,37 + 10,05 \cdot 0,37^2 + 0,00273 \exp(16,6 \cdot 0,37)$$

$$\mu_r = 4,57 \text{ cp} \qquad \Rightarrow \mu_r = 4,57 = \frac{\mu_m}{\mu_F}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu_m = 4,57 \cdot \mu_F = 4,57 \cdot 0,9 \text{ cp} = 4,113 \text{ cp}}$$

→ SIGUE

b) Se sabe que las partículas más pesadas van a caer por el underflow, o sea A. Luego, la condición crítica para que existe separación total de A es que la velocidad de elutriación sea igual a la correspondiente velocidad de sedimentación de A para un diámetro de 0,25 mm. (ver gráfico)



Tenemos que calcular la velocidad de sedimentación de A para un diámetro de 0,25 mm. Para ello se utilizará el gráfico de Heywood:

$$\alpha = \left[\frac{4g\,(\rho_s-\rho_f)\,\rho_f}{3\mu^2}\right]^{1/3} \quad \text{con } \rho_f = \rho_m, \ \mu = \mu_m$$

$$\alpha = \left(\frac{4\cdot 9{,}8\ (5{,}2\cdot 1000 - 2295)\cdot 2295}{3\cdot(4{,}113\cdot 10^{-3})^2}\right)^{1/3}$$

$$\alpha = 17268{,}66$$

y $\beta = \left[\frac{3\,\rho_f^2}{4g\,(\rho_s-\rho_f)\,\mu}\right]^{1/3} = \left(\frac{3\cdot 2295^2}{4\cdot 9{,}8\cdot(5{,}2\cdot 1000-2295)\cdot 4{,}113\cdot 10^{-3}}\right)^{1/3}$

$$\beta = 32{,}31$$

luego:

$$\alpha d = 17268{,}66\cdot 0{,}25\cdot 10^{-3} = 4{,}32$$

$\Rightarrow \beta w = 20$ gráfico (esfera) $\Rightarrow$ $\boxed{w_{cr.} = \frac{20}{32{,}31} = 0{,}621 \text{ m/s}}$

A esta velocidad ocurre la separación completa de A.

c) Análogamente al caso anterior, la condición crítica para que exista separación completa de B en el segundo elutriador es aquella en que la velocidad de elutriación sea igual a la velocidad de sedimentación de B para un diámetro de 0,75 mm.

• Utilizando nuevamente el gráfico de Heywood con:

$$\alpha = \left[\frac{4g\,(\rho_s-\rho_f)\,\rho_f}{3\mu^2}\right]^{1/3} = \left(\frac{4\cdot 9{,}8\ (2{,}7\cdot 1000 - 2295)\cdot 2295}{3\cdot(4{,}113\cdot 10^{-3})^2}\right)^{1/3} = 8954{,}24$$

SIGUE $\rightarrow$

$$\beta = \left[\frac{3\rho_f^2}{4g(\rho_s-\rho_f)\mu}\right]^{1/3} = \left(\frac{3\cdot 2295^2}{4\cdot 9{,}8\cdot(2{,}7\cdot 1000-2295)\cdot 4{,}113\cdot 10^{-3}}\right)^{1/3}$$

$$\Rightarrow \beta = 62{,}32$$

luego

$$\alpha d = 8954{,}24\cdot 0{,}75\cdot 10^{-3} = 6{,}716$$

$$\Rightarrow \beta w = 30 \qquad \Rightarrow \boxed{w_{cr} = \frac{30}{62{,}32} = 0{,}481 \text{ m/s}}$$

gráfico (esfera)

Notar que $\boxed{w_{cr\ elu\,1} > w_{cr\ elu\,2}}$

Pregunta #2: (Control #3 Semestre Primavera 2003)

Para diseñar una operación de filtración a presión constante, se determinan previamente las características de la torta y del soporte en un aparato experimental cuya área de filtración es 0,6 m^2. La suspensión contiene 33 kg de sólidos por m^3 de agua filtrada (viscosidad de 0,8 cp). La prueba se realiza con flujo cte. de 0,21 m^3/hr. Para un tiempo de 1 hr, se mide una caída de presión a través del filtro de 0,8 atm; para un tiempo de 3 hr, dicha caída de presión ha subido a 1,5 atm.

a) Calcular la resistencia específica de la torta y la resistencia del soporte.

b) La operación industrial se hará en un filtro de 12 m^2, operando a una diferencia de presión cte 1 atm. Calcular el tiempo necesario para recoger 300 Kg. de sólidos.

Solución:

a) Para esta construcción se debe considerar la ecuación de diseño:

$$\Delta p = a_1\cdot u_s^2\cdot t + b_1\cdot u_s \qquad (Q \text{ cte})$$

con $u_s = \dfrac{Q}{A} = \dfrac{0{,}21\ m^3/hr}{0{,}6\ m^2} = 0{,}35\ \dfrac{m}{hr}\cdot\dfrac{1hr}{3600s} = 9{,}72\cdot 10^{-5}$ m/s

$$a_1 = \alpha\cdot\mu\cdot C = \alpha\cdot 0{,}8\cdot 10^{-3}\,Pa\cdot s\cdot 33\ kg/m^3 = 0{,}0264\,\alpha$$

$\rightarrow$ SIGUE

$b_1 = \mu \cdot R_m = 0{,}8 \cdot 10^{-3}\, R_m$

luego, la ec. de diseño queda:

$$\Delta p = 0{,}0264\, \alpha \cdot (9{,}72 \cdot 10^{-5})^2 \cdot t + 9{,}72 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}8 \cdot 10^{-3}\, R_m.$$

o bien $$\Delta p = 2{,}494 \cdot 10^{-10}\, \alpha t + 7{,}776 \cdot 10^{-8}\, R_m \qquad \left(\begin{array}{l} t \to seg. \\ \Delta p \to Pa \end{array} \right)$$

Con las condiciones:

Para $\underset{(3600\,seg)}{t = 1\,hr} \to \Delta p = 0{,}8\, \cancel{atm} \cdot \dfrac{101010\,Pa}{1\,\cancel{atm}} = 80808\,Pa$

$\underset{(10800\,seg)}{t = 3\,hr} \to \Delta p = 1{,}5\, \cancel{atm} \cdot \dfrac{101010\,Pa}{1\,\cancel{atm}} = 151515\,Pa.$

reemplazando en la ec. de diseño:

$$\begin{array}{l} 80808 = 8{,}9784 \cdot 10^{-7}\, \alpha + 7{,}776 \cdot 10^{-8}\, R_m \\ 151515 = 2{,}6935 \cdot 10^{-6}\, \alpha + 7{,}776 \cdot 10^{-8}\, R_m \end{array}$$

de donde $$\boxed{\begin{array}{l} \alpha = 3{,}938 \cdot 10^{10}\ (Pa/s) \\ R_m = 5{,}845 \cdot 10^{11}\ (Pa) \end{array}}$$

b) Para el caso industrial, se sabe que

$(\Delta p$ cte$)$ $$\frac{t}{V} = a \cdot V + b$$

con $$V = \frac{m_{sólidos}}{C} = \frac{300\, \cancel{Kg}}{33\, \cancel{Kg}/m^3} = 9{,}09\, m^3$$

$$a = \frac{\alpha \mu C}{2 \cdot A^2 \cdot \Delta p} = \frac{3{,}938 \cdot 10^{10} \cdot 0{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 33}{2 \cdot 12^2 \cdot 101010} = 35{,}737$$

$$b = \frac{\mu \cdot R_m}{A \cdot \Delta p} = \frac{0{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 5{,}845 \cdot 10^{11}}{12 \cdot 101010} = 385{,}77$$

luego:

$$t_{300} = a V^2 + b \cdot V = 35{,}737 \cdot (9{,}09)^2 + 385{,}77 \cdot 9{,}09$$

$$\Rightarrow \boxed{t_{300} = 6459{,}53\ seg = 1{,}79\ hr}$$

⑤ Pregunta # 3: (Ejercicio N°5 Semestre Primavera 2003)

Una centrífuga de discos tiene un factor sigma de 5,2 en unidades MKS cuando gira a 8000 RPM. En una aplicación, se ha determinado que este equipo tiene tamaño de corte 0,011 mm cuando procesa un flujo de 0,02 m^3/min de una pulpa diluida formada por sólidos de gravedad específica 1,1 suspendidos en agua de viscosidad 1 cp.

a) Calcular el flujo para el cual el tamaño de corte baja a 0,008 mm (manteniendo las demás variables).

b) Calcular la velocidad de rotación para la cual el tamaño de corte sube a 0,015 mm. (para el flujo de 0,02 m^3/min).

c) En una nueva aplicación, los sólidos tienen gravedad específica 1,16 y la viscosidad del líquido es 0,7 cp. Determinar el tamaño de corte que se obtendrá para un flujo de 0,02 m^3/min y velocidad de rotación 8000 RPM.

Solución:

a) Se tiene que:

$$w_g = \frac{(\rho_s-\rho_f)\, g \cdot d_{50}^2}{18\mu} = \frac{(1,1\cdot 1000 - 1000)\cdot 9,8 \cdot (0,008\cdot 10^{-3})^2}{18\cdot 1\cdot 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow \boxed{w_g = 3,833\cdot 10^{-8}\ m/s}$$

luego:

$$Q = 2\cdot w_g \cdot \Sigma = 2\cdot 3,833\cdot 10^{-8}\cdot 5,2 = \boxed{3,99\cdot 10^{-7}\ \frac{m^3}{s}}$$

b) La fórmula de w_g dice que:

$$w_g = \frac{(\rho_s-\rho_f)\, g\cdot d_{50}^2}{18\mu} = \frac{1,1\cdot 9,8\cdot (0,015\cdot 10^{-3})^2}{18\cdot 1\cdot 10^{-3}} = 1,348\cdot 10^{-7}\ \frac{m}{s}$$

y

$$\Sigma = \frac{Q}{2w_g} = \frac{0,02\ \cancel{m^3}/\cancel{min}\cdot \frac{1\,\cancel{min}}{60\,seg}}{2\cdot 1,348\cdot 10^{-7}\ \cancel{m}/s} = 1236,4\ m^2.$$

donde

$$\Sigma = \frac{\Omega^2}{g}\cdot \frac{\pi\cdot L\cdot (r_3^2 - r_1^2)}{\ln\left(\frac{2 r_3^2}{r_3^2 + r_1^2}\right)}$$

$r_1 = r_{rebalse}$

$r_3 = r_{cilindro}$

→ SIGUE.

donde, en una centrífuga en particular, sólo varía Ω, luego:

$$\frac{\Sigma_{8000}}{\Sigma} = \frac{\Omega_{8000}^2}{\Omega^2} \Rightarrow \frac{5,2}{1236,4} = \frac{8000^2}{\Omega^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Omega = \sqrt{8000^2 \cdot \frac{1236,4}{5,2}} = 123358 \text{ RPM}}$$

c) Se tiene que:

$$Q = 2\, u_g \cdot \Sigma \qquad \Rightarrow \; u_g = \frac{Q}{2\Sigma} = \frac{0,02/60}{2 \cdot 5,2} = 3,205 \cdot 10^{-5}\ \frac{m}{s}$$

$\Rightarrow$ y como

$$u_g = \frac{(\rho_s - \rho_f)\, g \cdot d_{50}^2}{18\mu}$$

$$\Rightarrow \; d_{50} = \sqrt{\frac{u_g \cdot 18 \cdot \mu}{(\rho_s - \rho_f) \cdot g}} = \sqrt{\frac{3,205 \cdot 10^{-5} \cdot 18 \cdot 0,7 \cdot 10^{-3}}{(1,16 \cdot 1000 - 1000) \cdot 9,8}}$$

$$\Rightarrow \boxed{d_{50} = 1,885 \cdot 10^{-4}\ m \quad (0,1885\ mm)}$$ //

Pregunta 4:

Se utilizará centrifugación para separar sólidos, de gravedad específica 1,09 suspendidos en agua, de viscosidad 0,75 cp. La centrífuga es tubular, de longitud 25 cm, radio 2 cm y posición radial del rebalse 1,5 cm. La velocidad de rotación es 8500 rad/seg. Se procesará un flujo de pulpa, a baja concentración de 2,8 m³/hora; suponer que el flujo de overflow es igual al flujo de alimentación.

a) Calcular la eficiencia parcial de separación de partículas de tamaño 0,015 mm.

b) Se necesita en un proceso que este tamaño de partícula se separe con una eficiencia 97 %. Una manera de lograrlo es utilizar Nb centrífugas en paralelo, dividiendo el flujo total en Nb partes iguales a través de cada centrífuga. Calcular Nb (como número entero) para alcanzar eficiencia parcial al menos igual a 97% en c/u de las centrífugas.

c) Otra manera de mejorar la eficiencia es conectar Nc centrífugas en serie, pasando el overflow de la primera alimentación como la alimentación de la segunda, y así sucesivamente. Calcular Nc (como número entero) para alcanzar eficiencia parcial de este sistema al menos igual a 97%.

Solución:

a) La eficiencia parcial de separación está dado por:

$$G = \frac{r_3^2}{r_3^2 - r_1^2}\left(1 - \exp\left(-2 \cdot K \cdot K_2 \cdot d^2\right)\right)$$

con

$$K = \frac{(\rho s - \rho_f)\,\Omega^2}{18 \cdot \mu} = \frac{((1{,}09 \cdot 1000) - 1000)\ kg/m^3 \cdot \left(8500\ rad/seg\right)^2}{18 \cdot 0{,}75 \cdot 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow K = 5{,}834 \cdot 10^9$$

$$K_2 = \frac{\pi \cdot (r_3^2 - r_1^2) \cdot L}{Q} = \frac{\pi \cdot (0{,}02^2 - 0{,}015^2) \cdot 0{,}25}{2{,}8 / 3600}$$

$$\Rightarrow K_2 = 0{,}177$$

$$\Rightarrow G = \frac{0{,}02^2}{0{,}02^2 - 0{,}015^2}\left(1 - \exp\left(-2 \cdot 5{,}834 \cdot 10^9 \cdot 0{,}177 \cdot (0{,}015 \cdot 10^{-3})^2\right)\right)$$

$$\Rightarrow G = 2{,}2857 \cdot 0{,}37167 = 0{,}8495$$

$$\Rightarrow \boxed{G = 84{,}95\ \%}$$

b) Como K_2 varía con el flujo, se tiene que:

$$K_2'{}_{0,97} = K_2 \cdot N_b$$ (para una eficiencia del 97% en 1 centrífuga)

luego, reemplazando en las ecuaciones anteriores:

→ SIGUE :

$$\Rightarrow K_2' = \frac{\pi(r_3^2 - r_1^2)\cdot L}{Q'} \qquad \text{pero} \quad Q' = \frac{Q}{Nb}$$

$$\Rightarrow K_2' = Nb \cdot \frac{\pi(r_3^2 - r_1^2)\cdot L}{Q} = Nb \cdot K_2$$

$\Rightarrow$ para una eficiencia de 97 %, se tiene que:

$$G = 0{,}97 = \frac{0{,}02^2}{0{,}02^2 - 0{,}015^2} \cdot \left(1 - \exp\left(-2 \cdot 5{,}834 \cdot 10^9 \cdot Nb \cdot 0{,}177 \cdot (0{,}015 \cdot 10^{-3})^2\right)\right)$$

$$\Rightarrow 0{,}97 = 2{,}2857 \cdot (1 - \exp(-0{,}465 \cdot Nb))$$

$$0{,}424 = 1 - \exp(-0{,}465 \cdot Nb)$$

$$\exp(-0{,}465 \cdot Nb) = 0{,}5756 \quad / \ln.$$

$$-0{,}465\, Nb = -0{,}5523$$

$$\boxed{Nb = 1{,}187 \approx 2}$$

c) Para un circuito en serie, se tiene que:

$$G = 1 - (1 - G_i)^n \qquad (\text{Overflow - Alimentación})$$

o bien, para este caso:

$$G = 0{,}97 = 1 - (1 - 0{,}8495)^{Nc}$$

$$(1 - 0{,}8495)^{Nc} = 0{,}03 \quad / \ln$$

$$Nc \cdot \ln(0{,}1505) = \ln(0{,}03)$$

$$\boxed{Nc = \frac{\ln(0{,}03)}{\ln(0{,}1505)} = 1{,}852 \approx 2}$$