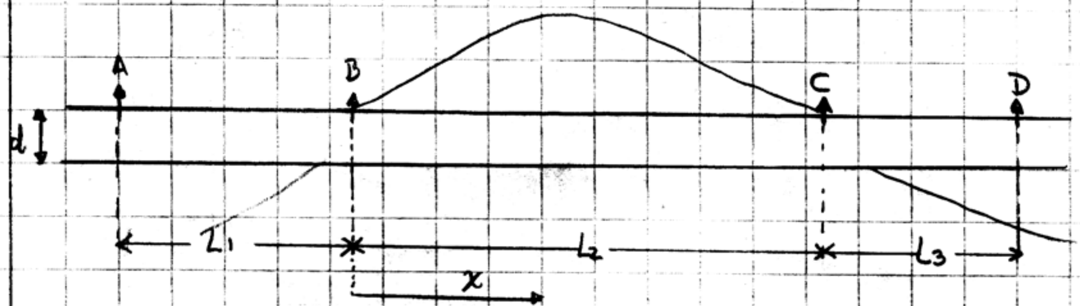
Pauta Problema #3 Control #1 IQ48A: (1)



Datos:

$d = 2'' = 0{,}0508$ m.

$L_1 = L_3 = 1000$ m

$L_2 = 1500$ m

$P_A = 87$ psi $= 600.000$ Pa

$P_B = 58$ psi $= 400.000$ Pa

$P_C = 21{,}8$ psi $= 150.344{,}8$ Pa

$P_D = 14{,}5$ psi $= 100.000$ Pa

$\Delta P_{AB} = 200.000$ Pa

$\Delta P_{BC} = 249655{,}2$ Pa

$\Delta P_{CD} = 50344{,}8$ Pa

$\rho = 1000\ Kg/m^3$

$\nu = 10\ cS = 10 \cdot 10^{-6}\ m^2/s = 10^{-5}\ m^2/s$

a) Para hallar el flujo volumétrico en los tramos AB y CD, se hace lo siguiente:

→ Tramo AB:

Se tiene que:

$$\Delta\left(\frac{p}{\gamma} + h\right) = \Delta H \quad \text{donde } \Delta h = 0$$

$$\Rightarrow \Delta H = \frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{\Delta p_{AB}}{\rho \cdot g} = \frac{200.000}{1000 \cdot 9{,}8} = 20{,}41\ m$$

pero:

$$\Delta H = \frac{f \cdot \Delta x \cdot V^2}{2gd} = \frac{f \cdot 1000 \cdot V^2}{2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}0508} = 1004{,}3\ f V^2$$

donde f es función de V y de Re:

$$Re = \frac{\rho V D}{\cancel{\mu}} = \frac{V d}{\nu} = \frac{V \cdot 0{,}0504}{10^{-5}} = 5040\ V$$

luego, hay que iterar sobre V:

	V^* (dado) (m/s)	$Re^* = 5040 V$	f^* (Moody)	$\Delta H^* = 1004{,}3 f V^2$ (m)	
Partida →	0,198	10^3	0,065	2,56	✗
	0,397	$2 \cdot 10^3$	0,032	5,07	✗
	0,595	$3 \cdot 10^3$	0,055	19,56	✗
	0,794	$4 \cdot 10^3$	0,04	25,33	✗
→	0,694	$3{,}5 \cdot 10^3$	0,042	20,32 ($e \approx 0{,}09$)	✓

Así, el flujo entre A y B es:

$$\boxed{Q_{AB} = V \cdot A = 0{,}694 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}0508^2 = 1{,}41 \cdot 10^{-3}\ \frac{m^3}{s}}$$

→ Tramo CD:

Analogamente, se tiene que:

$$\Delta H = \Delta\left(\frac{p}{\gamma} + h\right) = \frac{\Delta p_{CD}}{\rho \cdot g} = \frac{50344{,}8}{1000 \cdot 9{,}8} = 5{,}137\ m$$

$$\Delta H = \frac{f\, \Delta x\, V^2}{2gd} = \frac{f \cdot 1000 \cdot V^2}{2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}0504} = 1004{,}3\ f V^2$$

y $$Re = \frac{\rho V D}{\cancel{\mu}} = \frac{V d}{\nu} = 5040\ V$$

Hay que volver a iterar sobre V, pero el pto de partida resulta de la iteración anterior:

V^* (dado) (m/s)	$Re^* = 5040\,V$	f^* (Moody)	$\Delta H^* = 1004{,}3\, f\, V^2$ (m)	
Partida → 0,397	$2 \cdot 10^3$	0,032	5,07	✗
→ 0,400	$2{,}016 \cdot 10^3$	0,032	5,14	✓

(e = 0,003)

2

Luego, el flujo es de:

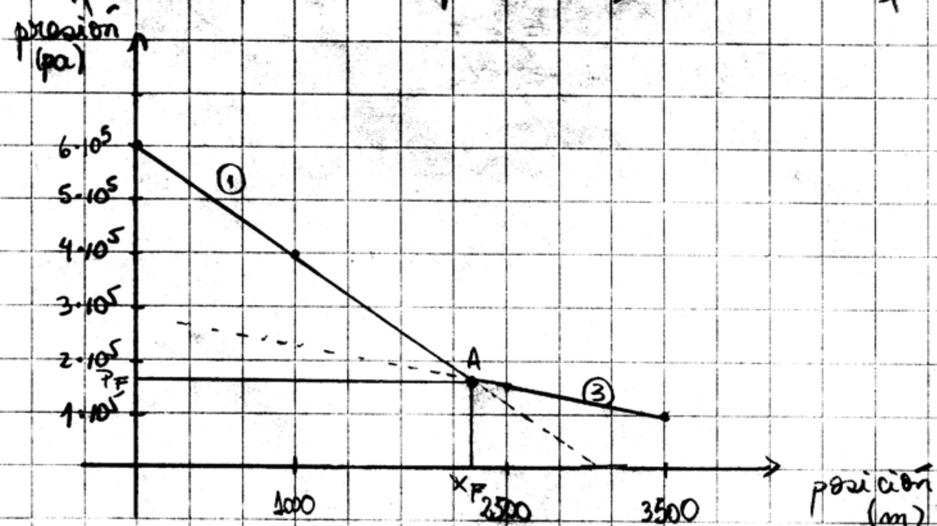
$$\boxed{Q_{CD} = V \cdot A = 0{,}4 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (0{,}0508)^2 = 8{,}11 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}}$$

b) Comparando los flujos entre A y B y C y D, se puede deducir que <u>existe una fuga</u> y esta tiene un flujo de:

$$\Delta Q = Q_{AB} - Q_{CD} = 1{,}41 \cdot 10^{-3} - 8{,}11 \cdot 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta Q = 5{,}99 \cdot 10^{-4}\, m^3/s}$$

c) Si graficamos la caída de presión en la tubería en función de la posición, se tiene que:



Como podemos ver, se demuestra gráficamente un cambio en la pendiente, lo cual indica un punto de quiebre, dado por los puntos (x_F, P_F) que corresponden a la fuga.

Las coordenadas corresponden a la solución del sistema de ecuaciones que se describe más abajo:

Nota:
$y \rightarrow$ Presión (P)
$x \rightarrow$ posición (x)

Sector ① $\Rightarrow$ $$\frac{y - 6\cdot10^5}{x-0} = \frac{-4\cdot10^5 + 6\cdot10^5}{-1000+0}$$

$$-1000(y - 6\cdot10^5) = +2\cdot10^5 x \Rightarrow \boxed{y + 200x = 6\cdot10^5}$$

Sector ③ $\Rightarrow$ $$\frac{y - 1\cdot10^5}{x - 3500} = \frac{150344{,}8 - 1\cdot10^5}{2500 - 3500}$$

$$-1000(y - 1\cdot10^5) = 50344{,}8x - 176206800$$

$$y - 1\cdot10^5 = -50{,}3448x + 176206{,}8$$

$$\Rightarrow \boxed{y + 50{,}34x = 2{,}76\cdot10^5}$$

de donde:

$$y = 167019 = P_F$$
$$x = 2164{,}91 = x_F$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} P_F &= 167019 \text{ Pa} \\ x_F &= 2164{,}91 \text{ m} \end{aligned}}$$