



## Solución Clase Auxiliar 2

Dudas y consultas: [illanos@ing.uchile.cl](mailto:illanos@ing.uchile.cl)

### Problema conceptual N°1

Comente: “El mercado de la telefonía larga distancia debe estar coludido, pues en un comienzo (cuando partió el multicarrier) los precios eran bajísimos y ahora son mayores, por lo que se puede inferir que las empresas han acordado precios”

**Respuesta:** No necesariamente, ya que al comienzo del sistema multicarrier es muy probable que las empresas hayan competido en precios (i.e Bertrand), pero si existen costos fijos esto no es sustentable en el largo plazo, ya que las firmas tienen pérdidas, por lo que puede que la subida de precios sólo refleje esto. Para evaluar si existe colusión o no podríamos mirar los precios y ver cuál es la varianza entre ellos, es decir, comparar que tan “parecidos” son y analizar su evolución.

### Problema conceptual N°2

El oligopolio más conocido y que funciona como clásico ejemplo pedagógico de colusión es el cartel de la OPEP, explique el porque es tan difícil para los países participantes que su sistema funcione. (Refiérase a incentivos y observabilidad de las acciones).

**Respuesta:** El problema puede ser modelado como un dilema de los prisioneros donde cada firma tiene incentivos para desviarse del acuerdo colusivo, esto es aún más fácil debido a que la producción no es observable. De forma más intuitiva podemos ver que si acuerdan un precio de mercado (o cantidad) el desviarse de manera no evidente (en magnitudes no apreciables) mejora las utilidades (pago) del país participante, por lo que es su estrategia dominante y cada país hace lo mismo, lo que redundará en menores precios generales.

### Problema conceptual N°3

Comente: Si la colusión es tan buen negocio entonces no tiene sentido que los países latinoamericanos no organicemos modelos colusivos replicando la experiencia de la OPEP.

**Respuesta:** como veíamos en la pregunta anterior, la OPEP ya tiene serios problemas de funcionamiento y en el caso del tipo de bienes producidos (en general) por nuestros países esto sería aún más complicado pues tienen sustitutos cercanos, por ejemplo cobre-aluminio, fruta-cualquier alimento, café-té, etc.

### Ejercicio N°1

Dos empresas compiten en el mercado de las llamadas de larga distancia. Operar una compañía no tienen costo. Las empresas eligen simultáneamente el precio que cobran y este puede ser alto ( $pA = 10$ ) o bajo ( $pB = 4$ ). Hay 100 mil usuarios que están dispuestos a pagar precios altos, y 50 mil que sólo llaman cuando los precios son bajos (para simplificar, suponga que cada usuario hace a lo más una llamada). Entre los usuarios que están dispuestos a pagar precios altos, una fracción  $a < 1$  son clientes “informados” (estos clientes comparan precios y usan el carrier más barato). El resto no compara precios y llama con igual probabilidad por una u otra compañía, sin importar qué precios estén cobrando. Por último, suponga que si las dos compañías cobran el mismo precio, todos los usuarios se reparten entre las dos por partes iguales.

- Suponga que el juego descrito se juega sólo una vez. Represente el juego en forma normal. Luego encuentre los valores de  $a$  para los que la combinación de estrategias tal que ambas compañías cobran precios altos es un equilibrio de Nash. Explique la intuición del resultado obtenido.
- La SUBTEL (organismo que regula las telecomunicaciones en Chile) crea un teléfono 800, en el que sin costo se informan las tarifas de ambas compañías y que ahora todos los usuarios están dispuestos a comparar precios antes de llamar. ¿cómo cambia el juego que describió en la parte anterior? Encuentre los equilibrios de Nash de este nuevo juego. Explique la intuición del resultado obtenido.
- Suponga ahora que las dos compañías introducen el siguiente contrato, el que aceptan todos los usuarios (cada empresa contrata la mitad de los usuarios): “Contrate con nosotros a  $p_A = 10$ , pero si la competencia cobra  $p_B = 4$ , nosotros le cobramos lo mismo”. Demuestre que en este caso la combinación de estrategias en que las dos empresas cobran  $p_A = 10$  es un equilibrio de Nash.
- ¿Debería SUBTEL reclamar ante la Comisión Antimonopolios que el contrato en cuestión tiene efectos monopólicos? Fundamente.

### Respuesta Ejercicio N°1

a)

Antes de escribir el problema en forma Normal calcularemos las utilidades de cada estrategia, considerando y aprovechando la simetría del problema.

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad p(p_A / p_A) &= \frac{n_A p_A}{2} = \frac{100000 \cdot 10}{2} = 5 \cdot 10^5 \\
 \bullet \quad p(p_A / p_B) &= \frac{n_A (1-a) p_A}{2} = \frac{100000 \cdot 10 \cdot (1-a)}{2} = 5 \cdot 10^5 (1-a) \\
 \bullet \quad p(p_B / p_B) &= \frac{(n_A + n_B) p_B}{2} = \frac{150000 \cdot 4}{2} = 3 \cdot 10^5 \\
 \bullet \quad p(p_B / p_A) &= \frac{n_A (1-a) p_B}{2} + a n_A p_B + n_B p_B = p_B \left( \frac{n_A (1+a)}{2} + n_B \right) \\
 p(p_B / p_A) &= p_B \left( \frac{n_A (1+a)}{2} + n_B \right) = 4 \cdot 5 \cdot 10^4 (2+a) = 2 \cdot 10^5 (2+a)
 \end{aligned}$$

Ahora podemos representar el juego en forma normal:

### Emp. 2

Emp. 1	<div style="display: inline-block; vertical-align: middle; font-size: 4em; margin-right: 10px;">{</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"> <p><b>P. Altos (<math>p_A</math>)</b></p> <p><b>P. Bajos (<math>p_B</math>)</b></p> </div>	<b>P. Altos (<math>p_A</math>)</b>	<b>P. Bajos (<math>p_B</math>)</b>
		<div style="text-align: center;"><math>5 \cdot 10^5</math></div> <div style="text-align: center;"><math>5 \cdot 10^5</math></div> <div style="text-align: center;"><math>5 \cdot 10^5 (1-a)</math></div> <div style="text-align: center;"><math>2 \cdot 10^5 (2+a)</math></div>	<div style="text-align: center;"><math>2 \cdot 10^5 (2+a)</math></div> <div style="text-align: center;"><math>5 \cdot 10^5 (1-a)</math></div> <div style="text-align: center;"><math>3 \cdot 10^5</math></div> <div style="text-align: center;"><math>3 \cdot 10^5</math></div>

Para que cobrar precios altos sea un Equilibrio de Nash<sup>1</sup> se debe cumplir que

<sup>1</sup> A esta altura del curso todos deberían saber lo que es un equilibrio de Nash: Es una combinación de estrategias  $S^* = (S_1^*, \dots, S_n^*)$  tal que  $\forall i, u_i(S_i^*, S_{-i}^*) \geq u_i(S_i, S_{-i}^*)$ , es decir nadie tiene incentivos para cambiarse dadas las estrategias del resto de los jugadores.

$$p(p_A / p_A) > p(p_B / p_A) \Leftrightarrow 5 \cdot 10^5 > 2 \cdot 10^5 (2 + a) \Leftrightarrow \frac{5}{2} - 2 > a$$

$$\Leftrightarrow a < \frac{1}{2}$$

El óptimo social (en el juego<sup>2</sup>!!) se alcanza sólo si al menos la mitad de los clientes con mayor disposición a pagar están desinformados y por tanto no comparan precios. Podríamos pensar que el “botín” son los clientes de alta demanda y haciendo un *link* con el Teorema del votante de la mediana el resultado es razonable, pues la estrategia seguida por las empresas es la que maximiza el beneficio “conseguido” del cliente ubicado en la mediana, pero del segmento con mayor disposición a pagar.

b)

La SUBTEL, al crear el teléfono gratuito de “cotización”, elimina la fracción  $(1 - a)$  de clientes desinformados<sup>3</sup> por lo que el juego anterior se modifica.

- $p(p_A / p_A) = \frac{n_A p_A}{2} = \frac{100000 \cdot 10}{2} = 5 \cdot 10^5$
- $p(p_A / p_B) = 0$
- $p(p_B / p_B) = \frac{(n_A + n_B) p_B}{2} = \frac{150000 \cdot 4}{2} = 3 \cdot 10^5$
- $p(p_B / p_A) = p_B (n_A + n_B) = 4 \cdot 1.5 \cdot 10^5 = 6 \cdot 10^5$

Incorporando esto tenemos que

## Emp. 2

Emp. 1	<div> <div>P. Altos (p<sub>A</sub>)</div> <div>P. Bajos (p<sub>B</sub>)</div> </div>	P. Altos (p <sub>A</sub> )	P. Bajos (p <sub>B</sub> )
		<div> <div>5 · 10<sup>5</sup></div> <div>5 · 10<sup>5</sup></div> </div>	<div> <div>6 · 10<sup>5</sup></div> <div>0</div> </div>
		<div> <div>0</div> <div>6 · 10<sup>5</sup></div> </div>	<div> <div>3 · 10<sup>5</sup></div> <div>3 · 10<sup>5</sup></div> </div>

Luego el equilibrio de Nash es que ambos cobren precios bajos, ya que siempre hay incentivos a cambiarse en caso de cobrar precios altos, ya que

$$p(p_B / p_A) > p(p_A / p_A)$$

Además no hay ningún incentivo para cambiar de estrategia cuando se cobra precios bajos porque

$$p(p_B / p_B) > p(p_A / p_B)$$

c)

<sup>2</sup> Es distinto al óptimo de la sociedad? Por qué?

<sup>3</sup> Otra forma de decirlo es que la fracción de informados ahora será 1, es decir todos estarán al tanto de cuál es la empresa de menor precio.

Al introducir ese contrato hemos eliminado la opción de tener estrategias distintas para cada empresa, ya que sólo existirán: ambas cobrando precios altos o bajos y cada una tendrá la mitad del mercado cobrando precios altos pues:

$$p(p_A / p_A) > p(p_B / p_B) \Leftrightarrow 6 \cdot 10^5 > 5 \cdot 10^5 \Leftrightarrow 6 > 5$$

Por lo que cobrar precios altos es una estrategia dominante y por tanto Nash<sup>4</sup>.

Es como si a la empresa le ofreciésemos bajar los precios para no ganar ningún nuevo cliente y sólo bajar las utilidades (no sería razonable aceptar!!!).

d)

La SUBTEL debería reclamar, pues el contrato tiene efectos monopólicos, debido a que es colusión sustentada en una amenaza pública (en un compromiso de comportamiento). Es interesante notar que cada cliente tiene incentivos a contratar el plan, porque le anulan los costos de cotizar precios, el problema viene dado por el efecto: Precios mayores.

## Ejercicio N°2

En el mercado del azúcar en Japón, existen muchas firmas que podrían entrar a operar en el mercado, ya que no hay barreras a la entrada al mercado, excepto que entrar tiene un costo hundido fijo  $F$ . La demanda es  $q = a - p$  y los costos marginales de producción son 0. No existen restricciones de capacidad. El descuento de los beneficios futuros es  $r$ . En lo que sigue, el horizonte del juego es infinito.

- Suponga que las firmas compiten en precios y que no son capaces de coludirse. ¿Cuántas firmas habrán en el mercado?
- Suponga que las firmas activas (operando) se coluden, bajo la amenaza explícita de volver a competencia de precios si alguien viola el acuerdo. Encuentre la condición para que se mantenga el acuerdo colusivo y la condición que determina la relación entre el número  $N$  de firmas en el mercado y el costo fijo  $F$ .
- Suponga que  $r = 3/4$  y que  $a = 1$ . Grafique el número de firmas en el mercado como función del costo fijo. Muestre que cuando  $F$  es pequeño, ¡habrá una sola firma en el mercado!

## Respuesta ejercicio N°2

a)

Si las firmas compiten en precios y no son capaces de coludirse, entonces nunca podrá haber 2 o más firmas compitiendo, pues a  $P = CMg$  no logran cubrir el costo fijo  $F$ . Luego, la única solución es que haya sólo una empresa en el mercado, la cual, impondrá un precio monopólico debido a que sabe que ninguna firma querrá entrar a competir.

Adicionalmente, se tiene que:

---

<sup>4</sup> Un equilibrio en estrategias dominantes siempre es Nash, intuitivamente podemos pensar que si una estrategia es la mejor respuesta para cualquier cosa que haga el otro jugador (estrategia dominante), en particular también lo será para la estrategia dominante del otro jugador. Como ejercicio podrían demostrarlo (es fácil!!!).

$$\begin{aligned}
 p_t^M &= p \cdot q = p(a - p) = pa - p^2 \\
 \frac{\partial p_t^M}{\partial p} &= a - 2p = 0 \Rightarrow p = \frac{a}{2}, p_t^M = \frac{a^2}{4} \\
 p_{Total}^M &= \sum_{t=0}^{\infty} \left( \frac{a^2 d^t}{4} \right) - F = \frac{a^2}{4(1-d)} - F
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, tendremos que en caso de competencia de precios

$$n = \begin{cases} 1 \text{ firma} & \text{si } F < \frac{a^2}{4(1-d)} \\ \text{ninguna firma}^5 & \text{si } F > \frac{a^2}{4(1-d)} \end{cases}$$

b)

- Condición de colusión

La condición de colusión requiere que el acuerdo colusivo<sup>6</sup> sea sustentable, es decir, nadie tenga incentivos a salirse (Nash). Si una empresa se desvía obtendrá las utilidades monopolísticas por un período y luego habrá competencia en precios (Bertrand).

$$\begin{aligned}
 p_{Total}^{Mc} - F &> p^M - F \\
 \sum_{t=0}^{\infty} \left( \frac{a^2 d^t}{4n} \right) - F &> \frac{a^2}{4} - F \\
 n(1-d) &\leq 4
 \end{aligned}$$

- Condición de participación

Las firmas entraran al acuerdo colusivo hasta que las utilidades sean cero.

$$\begin{aligned}
 p_{Total}^{Mc} - F > 0 &\Leftrightarrow \sum_{t=0}^{\infty} \left( \frac{a^2 d^t}{4n} \right) - F > 0 \Leftrightarrow \\
 \frac{a^2}{4n(1-d)} - F > 0 &\Leftrightarrow F < \frac{a^2}{4n(1-d)}
 \end{aligned}$$

c)

Ocupando las dos condiciones anteriores y reemplazando los parámetros se tiene:

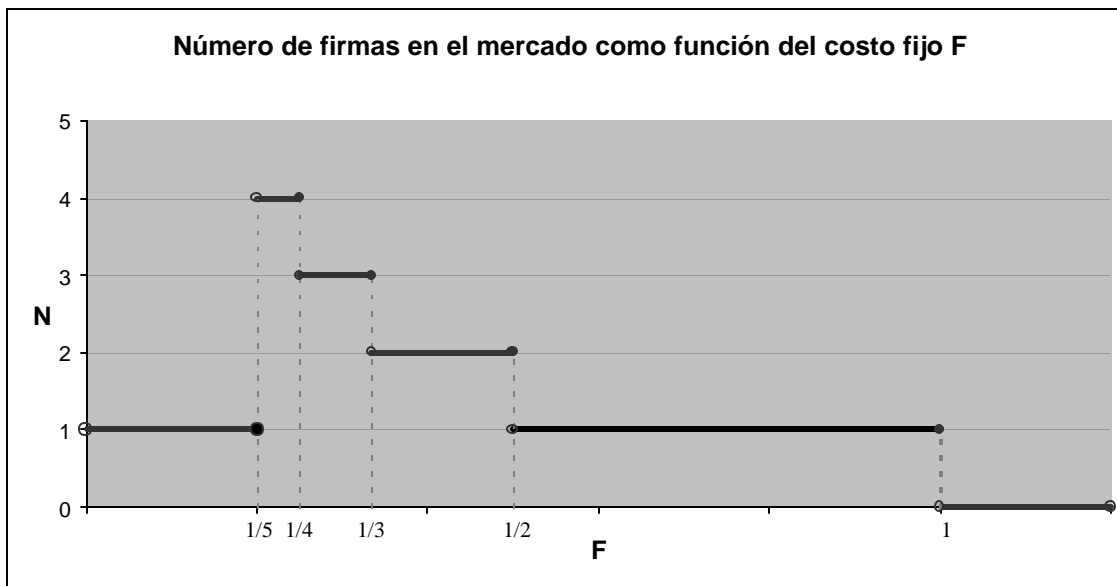
- Condición de colusión  $\Rightarrow n \leq 4$

<sup>5</sup> Obviamente nadie entrará a un mercado que no da utilidades

<sup>6</sup> Que consiste en repartir las utilidades monopolísticas en las  $n$  firmas participantes.

- Condición de participación  $\Rightarrow F \leq \frac{1}{n}$ .

Graficando:



A medida que F se va haciendo más pequeño, aumentan las utilidades del acuerdo colusivo, lo que lo hace más atractivo para que entren nuevas firmas a integrar el acuerdo. Sin embargo, cuando F es muy pequeño ( $F < 1/5$ ) entran muchas firmas, produciendo que el repartirse las utilidades entre todas las firmas sea menos atractivo que desviarse del acuerdo. Al no poder sostener el acuerdo, y al no poder mantener competencia cubriendo los costos, entonces sólo habrá una firma, la cual se comportará como monopolio.