Departamento de Ingeniería Industrial
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
UNIVERSIDAD DE CHILE

IN702 MICROECONOMIA II
Primavera 2004
Clase Auxiliar N^{o}7

Dudas y consultas: Ignacio Llanos (illanos@ing.uchile.cl)

1. Suponga que un gerente quiere contratar a un trabajador, sin embargo hay aspectos relacionados al trabajador que el gerente desconoce. Él sabe que los trabajadores son neutros al riesgo, pero el trabajador puede ser de 2 tipos con respecto a la desutilidad: esta puede ser e^2 ó $2e^2$. Es así como los trabajadores del segundo tipo (a quienes llamaremos malos) sufren una mayor desutilidad que los del primer tipo (llamados buenos). Por lo tanto, las funciones de utilidad para los diferentes tipos de trabajadores están dadas por: $U_B(w,e) = w - e^2$ y $U_M(w,e) = w - 2e^2$. La probabilidad de que un trabajador sea de tipo B es q. Ambos trabajadores tienen utilidad de reserva $U_0 = 0$. El gerente, que también es neutral al riesgo, valora el esfuerzo del trabajador a $\pi(e) = ke$, donde k >1 es una constante independiente del tipo de trabajador.

   a) Plantee y resuelva el problema del gerente si éste posee información perfecta sobre el tipo de trabajador.

   b) Plantee el problema del gerente cuando existe el problema de selección adversa.

   c) Resuelva el problema calculando el contrato óptimo y compare el caso de información simétrica y asimétrica.

   d) Considere el caso que el gerente quisiera contratar sólo trabajadores de tipo B. Calcule el contrato óptimo para este caso. Compare el resultado obtenido con los obtenidos anteriormente

   Solución

   a) Como existe información perfecta, podemos crear un contrato para cada tipo de trabajador de manera de maximizar la utilidad de la firma.

   - <u>Contrato para trabajadores Buenos:</u>

$$MaxKe_B - w_B$$

$$sa.w_B - e_B^2 \geq 0 \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
L = Ke_B - w_B + \lambda\ (w_B - e_B^2) \quad (2)\\
\frac{\partial L}{\partial w_B} = -1 + \lambda = 0 \quad \Rightarrow \lambda = 1 > 0\\
\frac{\partial L}{\partial e_B} = K - 2\lambda e_B = 0\ \Rightarrow e_B = \frac{K}{2}
\end{aligned}$$

Como $\lambda > 0$, $w_B = e_B^2\ \Rightarrow w_B = \frac{K^2}{4}$.

- <u>Contrato para trabajadores Malos:</u>

$$\begin{aligned}
MaxKe_M - w_M \quad (3)\\
sa.w_M - 2e_M^2 \geq 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L = Ke_M - w_M + \lambda\ (w_M - 2e_M^2) \quad (4)\\
\frac{\partial L}{\partial w_M} = -1 + \lambda = 0 \quad \Rightarrow \lambda = 1 > 0\\
\frac{\partial L}{\partial e_M} = K - 4\lambda e_M = 0\ \Rightarrow e_m = \frac{K}{4}
\end{aligned}$$

Como $\lambda > 0$, $w_M = 2e_M^2 \Rightarrow w_M = \frac{K^2}{8}$.

$$\begin{aligned}
E(\Pi) &= q\left(\frac{K^2}{2} - \frac{K^2}{4}\right) + (1-q)\left(\frac{K^2}{4} - \frac{K^2}{8}\right) \quad (5)\\
&= q\left(\frac{K^2}{4}\right) + (1-q)\left(\frac{K^2}{8}\right) = \frac{K^2}{8}(1+q)
\end{aligned}$$

b) El problema es

$$Max \quad q[Ke_B - w_B] + (1-q)q[Ke_M - w_M]$$

$$sa. \quad w_B - e_B^2 \geq 0 \tag{6}$$

$$w_M - 2e_M^2 \geq 0 \tag{7}$$

$$w_B - e_B^2 \geq w_M - e_M^2 \tag{8}$$

$$w_M - 2e_M^2 \geq w_B - 2e_B^2 \tag{9}$$

Podemos notar primero que nada que $w_B - e_B^2 \geq w_M - e_M^2 \geq w_M - 2e_M^2 \geq 0$ Luego, restricción (6) se cumple satisfaciendo (7) y (8) y por lo tanto puede ser eliminada del problema de maximización. Además, de (8) y (9) se tiene$e_B^2 - e_M^2 \leq w_B - w_M \leq 2(e_B^2 - e_M^2) \Longrightarrow e_B^2 \geq e_M^2 \Longrightarrow e_B \geq e_M$

c) El Lagrangeano del problema es

$$\begin{aligned} L &= q\left[Ke_B - w_B\right] + (1-q)\left[Ke_M - w_M\right] + \lambda\ (w_M - 2e_M^2) + \mu(w_B - e_B^2 - w_M + e_M^2) \\ &\quad + \delta(w_M - 2e_M^2 - w_B + 2e_B^2) \end{aligned} \tag{10}$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_B} = -q + \mu - \delta = 0 \Longrightarrow \mu - \delta = q \tag{11}$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_M} = -(1-q) + \lambda - \mu + \delta = 0 \Rightarrow \lambda - \mu + \delta = (1-q) \tag{12}$$

$$\frac{\partial L}{\partial e_B} = qK - 2\mu e_B + 4\delta e_B = 0 \Rightarrow \mu - 2\delta = \frac{qK}{2e_B} \tag{13}$$

$$\frac{\partial L}{\partial e_m} = (1-q)K - 4\lambda e_M + 2\mu e_M - 4\delta e_M = 0 \Rightarrow 2\lambda - \mu + 2\delta = \frac{(1-q)K}{2e_M} \tag{14}$$

de (11) y (12)

$$\mu - \delta = q \tag{15}$$
$$\lambda - \mu + \delta = 1 - q$$
$$\lambda = 1 > 0$$

$\mu>0$, pues si $\mu = 0$ entonces de (12) y/o (13) se tendrá $\delta<0$. lo cual no es posible. Como $\lambda> 0$

$$w_M - 2e_M^2 = 0 \tag{16}$$

Como $\mu > 0$

$$w_B - e_B^2 = w_M - e_M^2 \tag{17}$$

Veamos ahora si la restricción (9) es activa:

$$w_M - 2e_M^2 - w_B + 2e_B^2 = (w_M - e_M^2 - w_B + e_B^2) - e_M^2 + e_B^2 = -e_M^2 + e_B^2 > 0 \tag{18}$$

Por lo tanto $\delta = 0$ pues la restricción no es activa.
De (16) $w_M = 2e_M^2$. De (16) y (17) $w_B = (2e_M^2) - e_M^2 + e_B^2 \Longrightarrow w_B = e_M^2 + e_B^2$.
De (11) $\mu = q$, de (13) $q = \frac{qK}{2e_B} \Rightarrow e_B = \frac{K}{2}$.
De (14) $2 - q = \frac{(1-q)K}{2e_M} \Rightarrow e_M = \frac{(1-q)K}{2(2-q)}$.
De (16) $w_M = \frac{(1-q)^2K^2}{2(2-q)^2}$.
De (17) $w_B = \frac{K^2}{4} + \frac{(1-q)^2K^2}{4(2-q)^2}$.

$$E(\Pi) = q\left[\frac{K^2}{2} - \frac{K^2}{4} - \frac{(1-q)^2K^2}{4(2-q)^2}\right] + (1-q)\left[\frac{(1-q)K^2}{2(2-q)} - \frac{(1-q)^2K^2}{2(2-q)^2}\right] \tag{19}$$
$$= q\left[\frac{K^2}{4} - \frac{(1-q)^2K^2}{4(2-q)^2}\right] + (1-q)\frac{(1-q)K^2}{2(2-q)^2}\left[2 - q - 1 + q\right] \tag{20}$$
$$= q\left[\frac{K^2}{4} - \frac{(1-q)^2K^2}{4(2-q)^2}\right] + (1-q)\frac{(1-q)K^2}{2(2-q)^2} \tag{21}$$
$$= q\frac{K^2}{4} - \frac{q(1-q)^2K^2}{4(2-q)^2} + \frac{(1-q)^2K^2}{2(2-q)^2} = q\frac{K^2}{4} + \frac{(1-q)^2K^2}{4(2-q)^2}\left[2 - q\right] \tag{22}$$
$$= \frac{K^2}{4(2-q)}\left[2q - q^2 + 1 - 2q + q^2\right] = \frac{K^2}{4(2-q)} \tag{23}$$

$$E(\Pi)_{(a)} - E(\Pi)_{(c)} = \frac{K^2(1+q)}{8} - \frac{K^2}{4(2-q)} = \frac{K^2}{8}\left[\frac{2+q-q^2-2}{2-q}\right] \tag{24}$$
$$= \frac{K^2}{8}\frac{q(1-q)}{(2-q)} \geq 0 \ \forall q \in [0,1] \Rightarrow E(\Pi)_{(a)} \geq E(\Pi)_{(c)}$$

d) El problema es

$$Max \quad q[Ke \ - \ w]$$

$$sa. \quad w \ - \ e^2 \geq 0 \tag{25}$$

$$w \ - \ 2e^2 < 0 \tag{26}$$

$$L = q\left[Ke - w\right] + \lambda \ (w - e^2) - \mu(w - 2e^2) \tag{27}$$

$$\frac{\partial L}{\partial w} = -q + \lambda - \mu = 0 \quad \Rightarrow \lambda - \mu = q \tag{28}$$

$$\frac{\partial L}{\partial e} = qK - 2\lambda e + 4\mu e = 0 \ \Rightarrow \lambda - 2\mu = \frac{qK}{2e} \tag{29}$$

Si $\lambda = 0$, entonces de (28) y/o (29) $\mu<0$, lo cual no es posible. Por lo tanto $\lambda > 0$.
Si $\lambda > 0$, entonces (25) es activa; luego $w = e^2$.
Veremos ahora si (26) es activa: $w - 2e^2 = (e^2) - 2e^2 = -e^2 < 0$ por lo tanto (26) no es activa, => μ =0. Además de (28) $\lambda = q$. De (29):

$$q = \frac{qK}{2e} \Rightarrow e = \frac{K}{2} \Rightarrow w = \frac{K^2}{4} \tag{30}$$
$$\Rightarrow E\left(\Pi\right) = q\left[\frac{K^2}{2} - \frac{K^2}{4}\right] = q\frac{K^2}{4} \therefore E\left(\Pi\right)_{(a)} \geq E\left(\Pi\right)_{(d)}$$
$$E\left(\Pi\right)_{(c)} - E\left(\Pi\right)_{(d)} = \frac{K^2}{4(2-q)} - \frac{qK^2}{4} = \frac{K^2}{4}\left[\frac{1-2q+q^2}{2-q}\right] \geq 0 \forall q \in [0,1]$$
$$\therefore E\left(\Pi\right)_{(c)} \geq E\left(\Pi\right)_{(d)}$$

2. El país Urgentina necesita urgentemente mejorar su situación económica. El presidente de Urgentina sabe que toda solución pasa por contratar un nuevo ministro de economía (y con urgencia). Sin embargo, teme que el economista que contrate resulte ser un charlatán. Por lo tanto, decide crear un contrato que sólo sea aceptable para un economista serio.

   Se sabe que la probabilidad de que el paquete de medidas de un economista charlatán tenga éxito es de 4 %. Por otra parte, debido a la crítica situación que enfrenta Urgentina, la probabilidad de que un economista serio tenga éxito como ministro es sólo de 40 %. Tanto economistas serios como charlatanes son aversos al riesgo, con función de utilidad $u(w) = w^{\frac{1}{2}}$. Ningún economista serio trabajará en el ministerio si la utilidad esperada del contrato es menor que $U = 10$. Los charlatanes se conforman con menos, $U = 1$. El presidente de Urgentina es neutral al riesgo, pero quiere diseñar un contrato inaceptable para charlatanes ya que el costo político es demasiado alto. Defina w_e y w_f como los salarios en caso de éxito y fracaso, respectivamente.

   a) Formule el problema que debe resolver el presidente de Urgentina.

   b) Utilice las condiciones de primer orden para mostrar que los multiplicadores asociados a las restricciones son positivos.

   c) En base a lo anterior, encuentre los salarios w_e y w_f.

   d) Calcule el costo de este contrato respecto al caso en que el presidente de Urgentina puede determinar a simple vista si el economista es un charlatán.

Solución

a) El presidente de Urgentina desea contratar a un ministro de economía, y debe para ello encontrar los salarios w_e y w_f (en caso de éxito y fracaso respectivamente) que debe pagar, de tal manera que maximicen su utilidad, o lo que es lo mismo, que minimicen sus costos (dado que no se presenta la función de ingreso ni un a función utilidad del presidente). Luego, la función objetivo del presidente de Urgentina estará dada por:

$$Minf(w_e, w_f) = (Prob.éxito^c/econ.serio)w_e + (Prob.fracaso^c/econ.serio)w_f \tag{31}$$

$$Minf(w_e, w_f) = 0{,}4w_e + 0{,}6w_f \tag{32}$$

Recordar que el presidente de Urgentina no es capaz de soportar el costo político de contratar a un charlatán, por lo tanto, el diseño del contrato (y por ende, la función objetivo) debe asumir que no se contratará ningún charlatán. Además, el contrato debe ser tal que le convenga para un economista serio, por lo que el espacio de posibilidades debe estar sujeto a:

$$E(U_{e.serio}(\omega_e, \omega_f)) \geq U \min_{e.serio} \tag{33}$$

$$(Prob.éxito^c/econ.serio)\,U(w_e) + (Prob.fracaso^c/econ.serio)U(w_f) \geq 10 \tag{34}$$

$$0{,}4\sqrt{\omega_e} + 0{,}6\sqrt{\omega_f} \geq 10 \tag{35}$$

Análogamente, para lograr que el contrato sea inaceptable para charlatanes, debe imponerse que:

$$E(U_{charlán}(\omega_e, \omega_f)) < U \min_{charlatán} \tag{36}$$

$$(Prob.éxito^c/econ.charlatán)\,U(w_e) + (Prob.fracaso^c/econ.charlatán)\,U(w_f) < 1 \tag{37}$$

$$0{,}04\sqrt{\omega_e} + 0{,}96\sqrt{\omega_f} < 1 \tag{38}$$

Luego, tenemos el problema que debe resolver el presidente de Urgentina es:

$$Min 0{,}4\omega_e + 0{,}6\omega_f \tag{39}$$

sujeto a

$$\begin{aligned} 0{,}4\sqrt{\omega_e} + 0{,}6\sqrt{\omega_f} &\geq 10 & (40)\\ 0{,}04\sqrt{\omega_e} + 0{,}96\sqrt{\omega_f} &< 1 & (41) \end{aligned}$$

b) Planteamos el Lagrangeano correspondiente

$$L = (0{,}4\omega_e + 0{,}6\omega_f) + \lambda\left(-0{,}4\sqrt{\omega_e} - 0{,}6\sqrt{\omega_f} + 10\right) + \mu\left(0{,}04\sqrt{\omega_e} + 0{,}96\sqrt{\omega_f} - 1\right) \tag{42}$$

Para verificar que los múltiplicadores asociados son positivos obtenemos las derivadas parciales.

$$\frac{\partial L}{\partial \omega_e} = 0{,}4 + \lambda\left(-0{,}4\frac{1}{2\sqrt{\omega_e}}\right) + \mu\left(0{,}04\frac{1}{2\sqrt{\omega_e}}\right) = 0 \tag{43}$$

$$\therefore 0{,}1\lambda - 0{,}01\mu = 0{,}2\sqrt{\omega_e} \tag{44}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \omega_f} = 0{,}6 + \lambda\left(-0{,}6\frac{1}{2\sqrt{\omega_f}}\right) + \mu\left(0{,}96\frac{1}{2\sqrt{\omega_f}}\right) = 0 \tag{45}$$

$$\therefore 0{,}1\lambda - 0{,}16\mu = 0{,}2\sqrt{\omega_f} \tag{46}$$

Luego obtenemos:

$$\begin{gathered}(0{,}1 - 0{,}1)\,\lambda - (0{,}01 - 0{,}16)\,\mu = 0{,}2\left(\sqrt{\omega_e} - \sqrt{\omega_f}\right) \\ 0{,}15\mu = 0{,}2\left(\sqrt{\omega_e} - \sqrt{\omega_f}\right) \\ \therefore \mu = \frac{4}{3}\left(\sqrt{\omega_e} - \sqrt{\omega_f}\right)\end{gathered} \tag{47}$$

Dado que es esperamos que el ministro solucione los problemas de la economía, es lógico pagar más si es que resultado es exitoso, es decir, $w_e > w_f \Rightarrow \mu > 0$, Además

$$\lambda = 2\sqrt{\omega_e} + 0{,}1\mu = 2\sqrt{\omega_e} + \frac{4}{3}\left(\sqrt{\omega_e} - \sqrt{\omega_f}\right) \Rightarrow \lambda > 0 \tag{48}$$

Luego, ambos multiplicadores son estrictamente positivos. Por lo tanto, las restricciones son activas.

c) Puesto que los multiplicadores sin positivos, podemos imponer:

$$-0{,}4\sqrt{\omega_e} - 0{,}6\sqrt{\omega_f} + 10 = 0 \tag{49}$$

$$0{,}04\sqrt{\omega_e} + 0{,}96\sqrt{\omega_f} - 1 = 0 \tag{50}$$

Luego obtenemos:

$$(0{,}4 - 0{,}4)\sqrt{\omega_e} + (9{,}6 - 0{,}6)\sqrt{\omega_f} - (10 - 10) = 0 \tag{51}$$
$$\Rightarrow 9\sqrt{\omega_f} = 0 \therefore \omega_f = 0$$

Además se tiene:

$$0{,}04\sqrt{\omega_e} = 1 \Rightarrow \sqrt{\omega_e} = 25 \therefore \omega_n = 625 \tag{52}$$

d) De lo anterior se tiene que el Costo del Contrato $= 0{,}4w_e + 0{,}6w_f = 250$
Si el alcalde puede distinguir a simple vista cuál economista es serio y cuál un charlatán, entonces no necesitará definir 2 salarios diferentes para el caso de éxito y fracaso, pues la función de éstos es la de poder crear un contrato que pueda discriminar automáticamente a 2 (o más) tipos de empleados. Realizando un desarrollo similar al anterior, podemos encontrar el costo del contrato y verificar lo anteriormente expuesto.

$$Min 0{,}4\omega_e + 0{,}6\omega_f \tag{53}$$

s.a.

$$0{,}4\sqrt{\omega_e} + 0{,}6\sqrt{\omega_f} \geq 10 \tag{54}$$

$$L = (0{,}4\omega_e + 0{,}6\omega_f) + \lambda\left(-0{,}4\sqrt{\omega_e} - 0{,}6\sqrt{\omega_f} + 10\right) \tag{55}$$

Las condiciones de primer orden de este problema son:

$$\frac{\partial L}{\partial \omega_e} = 0{,}4 + \lambda\left(-0{,}4\frac{1}{2\sqrt{\omega_e}}\right) = 0 \Rightarrow \lambda = 2\sqrt{\omega_e} \tag{56}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \omega_f} = 0{,}6 + \lambda\left(-0{,}6\frac{1}{2\sqrt{\omega_f}}\right) = 0 \Rightarrow \lambda = 2\sqrt{\omega_f} \tag{57}$$

$$\therefore \omega_e = \omega_f = \omega \tag{58}$$

3. Considere un mercado de financiamiento de proyectos de inversión. Todos los proyectos requieren de 1 dólar. Hay dos tipos de proyectos: buenos y malos. Un proyecto bueno tiene una probabilidad p_G de dar utilidades positivas y una probabilidad $(1 - p_G)$ de retornar cero. Para los malos proyectos, las probabilidades relativas son p_B y $(1 - p_B)$ respectivamente, donde $p_G > p_B$. La fracción de proyectos buenos es $\lambda \in (0, 1)$.

   Los inversionistas van a los bancos para endeudarse en el valor de la inversión (asuma por ahora que requieren toda la cantidad). Un contrato especifica una cantidad R que se pagará al banco. Los inversionistas conocen de que tipo es su proyecto, pero los bancos no. En la eventualidad de que el proyecto fracase, el banco no recibe pago alguno. Los bancos actúan competitivamente y son neutrales al riesgo. La tasa de interés libre de riesgo (que el banco paga a los depósitos que financian los préstamos) es r. Asuma que:

$$p_G\Pi - (1 + r) > 0 > p_B\Pi - (1 + r)$$

   a) Encuentre el nivel R de equilibrio y el conjunto de proyectos financiados. ¿Cómo depende de p_G, p_B, Π y r.

   Suponga ahora que el inversionista puede ofrecer contribuir, con sus propios recursos, una fracción $x \in (0, 1)$ del dólar inicial. El inversionista enfrenta restricciones de liquidez, por lo que, el costo efectivo de hacer esto es $(1 + \rho)x$, donde $\rho > r$.

   b) Escriba la función de utilidad de cada tipo de inversionista en función de su tipo, x y R.

   c) Describa el mejor equilibrio bayesiano de separación (desde el punto de vista del bienestar) del juego en que el inversionista primero hace una oferta al banco (especificando x), el banco responde ofreciendo R y, finalmente, el inversionista acepta o no el préstamo. ¿Cómo depende la fracción de la inversión que ofrecerá el inversionista que tiene un buen proyecto ante cambios en p_G, p_B, λ, Π y r?

   d) Compare *b*) y *c*) para los dos tipos de inversionistas.

Solución

   a) En este caso la banca es competitiva por lo que, en valor esperado, debe obtener cero utilidades[1]. Esto significa que:

[1] Recordar que no puede distinguir entre los proyectos buenos y malos.

$$\lambda p_G R + (1-\lambda) p_B R - (1+r) = 0 \tag{59}$$

Despejando R de (59)

$$R = \frac{1+r}{\lambda p_G + (1-\lambda) p_B} \tag{60}$$

La dependencia la analizamos derivando la ecuación (60) con respecto a cada parámetro. Luego

$$\frac{\partial R}{\partial r} = \frac{1}{\lambda p_G + (1-\lambda) p_B} > 0 \tag{61}$$

De (61) se deduce que las alzas en las tasas de interés libre de riesgo (por ejemplo la TPM) son traspasadas a los consumidores.

$$\frac{\partial R}{\partial \Pi} = 0 \tag{62}$$

El resultado (62) nos dice que el pago no depende de las utilidades, esto implícitamente supone que se puede prestar, es decir que $\exists R^*$ tq $\Pi - R^*(p_G, p_B, \lambda, r) > 0$. En caso contrario el ejercicio no tiene sentido, pues las asimetrías de información harían que este mercado no exista (¿será el caso de las pymes?).

$$\frac{\partial R}{\partial p_G} = -\frac{(1+r)\lambda}{(\lambda p_G + (1-\lambda) p_B)^2} < 0 \tag{63}$$

$$\frac{\partial R}{\partial p_B} = -\frac{(1+r)(1-\lambda)}{(\lambda p_G + (1-\lambda) p_B)^2} < 0 \tag{64}$$

Las expresiones (63) y (64) eran completamente esperables, pues un aumento de la probabilidad de éxito (independiente del tipo de proyecto) aumenta el valor esperado del banco, y como esto es competitivo, esto se traspasa a los consumidores. Sin embargo las magnitudes de cada efecto no son iguales, pues están ponderadas por la fracción correspondiente (λ o su complemento).

$$\frac{\partial R}{\partial \lambda} = -\frac{(1+r)(p_G - p_B)}{(\lambda p_G + (1-\lambda) p_B)^2} < 0 \tag{65}$$

Nuevamente obtenemos algo intuitivo, pues al aumentar la proporción de proyectos buenos, disminuye el costo de financiamiento.

b) La función de utilidad, para un inversionista que aporta x_i (con $i = \{G, B\}$) es

$$U_G = p_G \left(\Pi - (1 - x_G)R_G\right) - (1 + \rho)x_G \tag{66}$$

$$U_B = p_B \left(\Pi - (1 - x_B)R_B\right) - (1 + \rho)x_B \tag{67}$$

c) En el mejor equilibrio de separación el banco discrimina el tipo, por lo que cobra según eso. Esta expresión se obtiene de la versión "informada" de (59):

$$p_i \left(1 - x_i\right) R_i - \left(1 + r\right) \left(1 - x_i\right) = 0 \tag{68}$$

Luego

$$R_i = \frac{1 + r}{p_i} \tag{69}$$

Además sabemos que en el mejor equilibrio de separación los malos proyectos no reciben financiamiento, pues tienen $VPN < 0$, ya que:

$$0 > p_B\Pi - (1 + r) \tag{70}$$

Por lo tanto los de tipo G darán una señal (o el banco filitrará) que permita informar al banco y los que tienen proyectos malos estarán indiferentes entre tomarlos o no. Es decir, de (67):

$$p_B \left(\Pi - (1 - x_G)R_G\right) - (1 + \rho)x_G = 0 \tag{71}$$

Luego

$$x_G = \frac{\Pi - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)}{\frac{1+\rho}{p_B} - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)} \tag{72}$$

La expresión (72) es menor que uno por (70).

d) Las utilidades en cada caso se presentan en la siguiente tabla:

	Confusión	Separación
G	$p_G \left[\Pi - \left(\frac{1+r}{\lambda p_G + (1-\lambda)p_B}\right)\right]$	$p_G \left(\Pi - \left[1 - \left(\frac{\Pi - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)}{\frac{1+\rho}{p_B} - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)}\right)\right] \left(\frac{1+r}{p_G}\right)\right) - (1+\rho)\left(\frac{\Pi - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)}{\frac{1+\rho}{p_B} - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)}\right)$
B	$p_B \left[\Pi - \left(\frac{1+r}{\lambda p_G + (1-\lambda)p_B}\right)\right]$	0

Comparando el estado en cada caso para los tipo B obtenemos que ellos preferirán el equilibrio de confusión si:

$$p_B\left[\Pi-\left(\frac{1+r}{\lambda p_G+(1-\lambda)p_B}\right)\right]>0 \Longleftrightarrow \Pi>\left(\frac{1+r}{\lambda p_G+(1-\lambda)p_B}\right) \tag{73}$$

$$\lambda p_G+(1-\lambda)p_B>\frac{1+r}{\Pi} \Longleftrightarrow \lambda p_G-\lambda p_B>\frac{1+r}{\Pi}-p_B \Longleftrightarrow \tag{74}$$

$$\lambda_1=\frac{\frac{1+r}{\Pi}-p_B}{p_G-p_B} \tag{75}$$

Es decir, si la proporción de proyectos buenos es grande, los inversionistas que tienen proyectos malos preferirán el equilibrio de confusión, pues tendrán utilidades positivas.

Para el caso de los tipo G, y para evitar pasos algebraicos complicados reescribimos las utilidades en el equilibrio de separación como $p_G\left(\Pi-[1-x]\,R_G\right)-(1+\rho)x$. La condición para que prefieran el equilibrio de separación es:

$$p_G\left(\Pi-[1-x]\,R_G\right)-(1+\rho)x>p_G\left[\Pi-\left(\frac{1+r}{\lambda p_G+(1-\lambda)p_B}\right)\right] \Longleftrightarrow \tag{76}$$

$$p_G\,[1-x]\,R_G+(1+\rho)x<p_G\left(\frac{1+r}{\lambda p_G+(1-\lambda)p_B}\right) \Longleftrightarrow \tag{77}$$

$$(\lambda p_G+(1-\lambda)p_B)<\frac{p_G(1+r)}{p_G\,[1-x]\,R_G+(1+\rho)x} \tag{78}$$

$$\lambda<\frac{\frac{p_G(1+r)}{p_G[1-x]R_G+(1+\rho)x}-p_B}{p_G-p_B} \tag{79}$$

Ahora reemplazando $R_G=\frac{1+r}{p_G}$ tenemos que:

$$\lambda<\frac{\frac{p_G(1+r)}{p_G[1-x]R_G+(1+\rho)x}-p_B}{p_G-p_B}=\frac{\frac{p_G(1+r)}{[1-x](1+r)+(1+\rho)x}-p_B}{p_G-p_B}=\frac{\frac{p_G(1+r)}{1+r-xr+\rho x}-p_B}{p_G-p_B} \tag{80}$$

$$\lambda_2 = \frac{\frac{(1+r)p_G}{(1+r)+(\rho-r)x} - p_B}{p_G - p_B} \tag{81}$$

Reemplazando ahora $x_G = \frac{\Pi - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)}{\frac{1+\rho}{p_B} - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)}$, tenemos que:

$$\lambda_2 = \frac{\frac{(1+r)p_G}{(1+r)+(\rho-r)\left[\frac{\Pi - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)}{\frac{1+\rho}{p_B} - \left(\frac{1+r}{p_G}\right)}\right]} - p_B}{p_G - p_B} = \frac{\frac{(1+r)p_G}{(1+r)+(\rho-r)p_B\left[\frac{p_G\Pi-(1+r)}{(1+\rho)p_G-(1+r)p_B}\right]} - p_B}{p_G - p_B} \tag{82}$$