



Clase Auxiliar 15 de Noviembre, 2004
Redes de Colas

Problema 1

El taller mecánico de una prestigiosa marca de automóviles recibe clientes según un Proceso de Poisson de tasa λ [clientes/hora]. En la **entrada** del taller los clientes esperan que tanto sus datos como los del auto sean ingresados en el sistema de registros que maneja la empresa. Esta labor es realizada por un único empleado que demora un tiempo exponencialmente distribuido de media $\frac{1}{\mu_1}$ [horas] en digitar los datos.

Un automóvil ya registrado es conducido hasta una **zona de diagnóstico**, donde espera para ser revisado por el supervisor del taller. El tiempo que demora éste en revisar un auto y determinar el procedimiento a seguir se distribuye exponencialmente con media $\frac{1}{\mu_2}$ [horas]. El supervisor sabe que una fracción r de los autos que revisa por primera vez deben ser conducidos hasta la **zona de mantención de rutina** mientras que el resto pasa a ser reparado por **mecánicos especializados**.

El área de mecánica especializada cuenta con dos empleados, cada uno de los cuales demora un tiempo distribuido exponencialmente de media $\frac{1}{\mu_3}$ [horas] en reparar un auto. Una fracción s de los autos reparados por el personal especializado, independiente de todo lo demás, es llevada directamente a la **zona de salida**, el resto debe entrar nuevamente al área de mecánica especializada por seguir presentando fallas.

Por su parte, cualquiera de los dos empleados asignados al área de mantención rutinaria tarda un tiempo distribuido exponencialmente de media $\frac{1}{\mu_4}$ [horas] en realizar la mantención de un automóvil. Además, se sabe que estos operadores envían a una fracción t de los autos que revisan a un nuevo diagnóstico por parte del supervisor, mientras que el resto es enviado a la zona de salida. En la segunda revisión, que al igual que la primera demora un tiempo aleatorio exponencialmente distribuido de tasa μ_2 , el auto con probabilidad e es enviado a la zona de mecánica especializada y con probabilidad $1 - e$ es enviado a la zona de salida.

En la zona de salida existe una máquina de lavado, que permite atender a un automóvil a la vez, la cual demora un tiempo exponencialmente distribuido de media $\frac{1}{\mu_5}$ [horas] en limpiar un auto, dejándolo listo para su entrega al cliente.

1. Modele el sistema descrito como una red de colas, indicando a que tipo de sistema de espera (notación de Kendall) corresponde cada uno de los subsistema descritos. Determine las tasas efectivas para cada subsistema y las condiciones para que exista estado estacionario. Justifique su respuesta.
2. En el largo plazo, ¿qué fracción de los autos reparados por mecánicos especializados ha sido revisado en la zona de mantención rutinaria?
3. Suponga que la totalidad de los autos que son llevados al taller por una falla grave son conducidos a la zona de mecánica especializada luego del diagnóstico del supervisor. ¿Cuánto deberá esperar en promedio un cliente que lleva su auto por este tipo de problema?

Problema 2

Considere la siguiente estación de pago de peaje y estudie su comportamiento en estado estacionario. Vehículos llegan según un proceso de Poisson de tasa r vehículos por hora. Cada vehículo independientemente es ruteado con probabilidad $1/2$ a la caseta 1 y con probabilidad $1/2$ a la 2. Cada caseta consiste en un servidor automático FIFO con tiempos de atención i.i.d. exponenciales de media $\frac{1}{\mu_1}$. Lamentablemente, el servidor se hecha a perder con probabilidad p , con lo cual el vehículo debe volver a colocarse en la cola correspondiente. Al salir de cualquiera de las casetas, los autos se rutean a la pista 1 y los camiones a la pista 2. En el proceso original de llegada, un vehículo es un camión con probabilidad q y un auto con probabilidad $1 - q$. La entrada

de los autos (camiones) a las pistas se modelan como colas con tiempos de atención exponenciales i.i.d. de medias $\frac{1}{\mu_a}$ ($\frac{1}{\mu_c}$).

1. Modele el sistema anteriormente descrito como una red de colas. ?
2. Calcule las tasas efectivas de entrada y determine las condiciones de estado estacionario. Discuta cuáles procesos de entrada son Poisson y cuáles son independientes unos de otros.
3. Encuentre la distribución de probabilidades estacionarias del número de camiones a la entrada de la respectiva pista.
4. Calcule el número promedio de autos en su respectiva pista.
5. ¿Cuánto tiempo pasa un auto dentro del sistema? ¿Y un camión?

Problema 3

El Departamento de Control de Calidad de una empresa manufacturera recibe productos provenientes de distintas líneas de producción. Éstos son analizados por un inspector de calidad quien identifica qué productos presentan fallas, y los clasifica en buenos, con fallas menores (características estéticas) o con fallas graves. El tiempo que le toma a este empleado inspeccionar los productos se distribuye exponencialmente con media $1/\mu_1$ [horas]. Los productos a inspeccionar llegan de acuerdo a un proceso de Poisson de tasa λ [unidades/hora], siendo un 10 % calificados con falla menores y 5 % con fallas graves. Los productos buenos son enviados inmediatamente a la bodega.

Como segundo paso, los productos que presentan fallas deben ser analizados por un laboratorista para identificar las causas de sus defectos. Los productos con fallas menores son analizados por un especialista, quien demora un tiempo exponencialmente distribuido con media $1/\mu_2$ [horas] en su análisis. Los productos con fallas graves son analizados por uno de los dos ingenieros con que cuenta el departamento, cada uno de los cuales demora un tiempo exponencialmente distribuido con media $1/\mu_3$ [horas] en revisar un producto.

Por otro lado, el 20 % de los productos analizados por fallas graves son enviados al especialista encargado de revisar las características estéticas, por considerar que los defectos que presentan no son realmente graves, sino menores.

Luego de todos los análisis, un producto que presentó fallas es enviado junto con el informe de calidad respectivo, al jefe del departamento de calidad quien demora un tiempo exponencialmente distribuido con media $1/\mu_4$ [horas] en revisar el informe, luego de lo cual envía el producto a la bodega de productos defectuosos.

1. Modele el sistema de control de calidad de la empresa como un sistema de colas, indicando el modelo que usará para cada estación y los parámetros asociados.
2. ¿Qué relaciones deben satisfacer λ , μ_1 , μ_2 , μ_3 y μ_4 para que el sistema alcance estado estacionario?
3. ¿Qué fracción de los productos que llegan al departamento son analizadas por el especialista en fallas menores?
4. En promedio, ¿cuánto tiempo pasa en el sistema un producto que llega al departamento de calidad de la empresa?
5. Suponga que el inspector decide no admitir más de 50 productos para su revisión, y que pasado ese límite cualquier producto que llegue lo transferirá directamente a los ingenieros especialistas en fallas graves. Con este cambio, ¿puede modelar el sistema de control de calidad con los modelos estudiados en el curso? Justifique.
6. Suponga que la empresa quiere disminuir en lo máximo posible el tiempo que demora el departamento en determinar la causa de un defecto en los productos analizados. Para esto, ha decidido contratar más especialistas en atributos. Entregue una cota superior (lo más pequeña posible) para la disminución que se puede lograr.