

CTP 1

Martes 3 de Agosto de 2004

Considere que usted participará en unos días más en el famoso programa de televisión *El Rival más Débil*. Sin embargo, se le informa que a pedido del público en general, las reglas del juego han sido modificadas con el fin que éste sea más atractivo. En las bases del juego, se estipula que participarán K concursantes en el proceso de clasificación a la final, de los cuales sólo 2 llegarán a la gran final. El juego parte con rondas de preguntas que se les hace a los concursantes. Es sabido que en la ronda de preguntas s , a cada jugador se le realizan N_s preguntas y que existe una probabilidad Q_{ks} de que el individuo k responda bien una pregunta cualquiera en esa ronda. Una vez hecha toda la ronda de preguntas se decide quién debe abandonar el juego. Para esto, se debe elegir un *Jefe de Ronda*, para que éste elija quién se debe retirar en esa ronda particular. Se sabe que cada persona que participe en la ronda s tiene la misma probabilidad de ser el *Jefe de Ronda*. Una vez elegido el *Jefe de Ronda*, éste determina quién debe abandonar el juego. Para esto, hace uso de las unidades de paciencia que genera en cada vuelta, es decir, elimina a la persona que lo tenga más impaciente debido a su desempeño en el juego en ese momento en particular. Se sabe que cada individuo k , se impacienta con cada oponente según una distribución *Exponencial* de tasa μ .

Una vez que dos personas llegan a la final, se debe definir quién se lleva el pozo millonario. Para esto, se lleva a cabo un número máximo de $2M + 1$ preguntas finales donde gana quien recibe primero $M + 1$ puntos. En cada pregunta, responde quien toque primero la *Chicharra Ganadora*. Se sabe que el tiempo que un individuo k se demora en tocar la *Chicharra* se distribuye *Exponencialmente* según una tasa λ_k . Se sabe además que esa pregunta estará correcta con probabilidad R_k . En caso que un finalista responda de forma correcta una pregunta final suma un punto y en caso contrario el punto se le asigna al otro finalista. Considere además que λ_k es igual para todos los jugadores excepto para Usted que toca la *chicharra* según una exponencial de tasa λ_U y que el valor R_k , también es igual para todos excepto para Usted que contesta una pregunta en la ronda final de forma correcta con una probabilidad R_U .

El ganador del juego se lleva una suma de dinero dependiendo del desempeño a través de las dos etapas. En este sentido recibe:

- Una suma W por ser el ganador.
- Una suma U por cada pregunta que responde bien en el proceso de clasificación a la final.
- Una suma de dinero X por cada vez que fue *Jefe de Ronda*.
- Una suma V por cada pregunta que contesta de forma correcta (no por cada punto que gana) en la ronda final. En caso que responda de forma errónea se le descuenta una suma J .

Vale destacar, que las sumas de dinero X y U , las puede ganar cualquier jugador y que para llevarse ese dinero a casa no es necesario pasar por la ronda final.

El objetivo de este problema es determinar cuál es la probabilidad de que usted gane el juego, y en caso que éste pase, determinar cuánto dinero espera llevarse a casa. Para lo anterior, debe responder las siguientes preguntas:

1. (0.5 pts) ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo k sea Jefe de Ronda en la ronda s dado que participó en ella? Denote este valor como J_{ks} .
2. (0.5 pts.) ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo k se vaya en la ronda s dado que llegó y participó en ella? Denote este valor I_{ks} .
3. (0.5 pts.) ¿Cuál es la probabilidad de que un concursante k llegue y participe en la ronda s ?. ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo k llegue a la final?
4. (1.0 pts) ¿Cuál es la probabilidad que Usted gane el i - *ésimo* punto en disputa en la ronda final, en caso que clasifique a esta instancia? Denote a esta probabilidad con el valor G .
5. (2.0 pts) ¿Cuál es la probabilidad que Usted gane el juego *El Rival más Débil*? **Hint:** Recuerde que la etapa final la gana el finalista que reciba primero $M + 1$ puntos.
6. (2.0 pts) ¿Cuánto dinero espera llevarse a casa en caso que gane el juego?