



Universidad de Chile  
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas  
Departamento de Ingeniería Industrial  
IN34A Optimización

Profesor: Guillermo Duran  
Richard Weber  
Auxiliares: Blas Duarte  
Marianela Pereira  
Sebastián Guzmán

**CTP N°1**  
**Miércoles 18 de Agosto de 2004**

La empresa CINCTP tiene  $M$  plantas productoras ubicadas en diferentes regiones del país, siendo  $S_i$  la capacidad de producción de la planta  $i$ . Esta empresa produce  $U$  tipos de artículos diferentes en todas sus plantas, es importante considerar que cada producto  $u$  tiene un volumen  $VOL_u$  [ $m^3$ ] asociado a él. Estos artículos son demandados en  $N$  ciudades diferentes durante  $T$  períodos, siendo  $D_{ujt}$  la demanda del producto  $u$  en la ciudad  $j$  para el período  $t$ , las cuales deben ser satisfechas.

El costo unitario de producción de cada producto  $u$  en la planta  $i$  en el período  $t$  es  $c_{uit}$ . Por políticas en la empresa no se puede guardar inventario en las plantas.

La empresa cuenta con  $P$  bodegas ubicadas en diferentes puntos geográficos del país. Cada una de estas bodegas tiene una capacidad de  $CAPBOD_p$ . De esta manera la producción de las plantas es llevada hasta las bodegas y desde allí se abastece a las ciudades. Si una unidad de producto que llega a una bodega en un período es despachada en el mismo período hacia su destino, la empresa no incurre en costos de almacenamiento. Sin embargo, existe la posibilidad de guardar producto en inventario en las bodegas desde un período a otro o por más períodos, lo cual tiene un costo variable de  $g_{up}$  por cada unidad de producto almacenada durante un período en la bodega  $p$ .

Por contrato de sanidad presente en la empresa, se debe garantizar que los productos no pueden permanecer más de 2 períodos en inventario. Considere que al comienzo del horizonte no tiene inventario.

Además, por la lejanía de la empresa, se debe considerar que el tiempo de envío desde las bodegas a cada centro de demanda demora 2 períodos.

Finalmente, el costo de transporte del producto  $u$  desde la planta  $i$  a la bodega  $p$  en el período  $t$  es  $PB_{uipt}$  y el costo de transporte del producto  $u$  desde la bodega  $p$  a la ciudad  $j$  en el período  $t$  es  $BC_{upjt}$ , ambos por unidad de producto transportada.

Dado el gran prestigio que tienen los alumnos de IN34A, se nos ha pedido plantear un modelo de programación lineal que resuelva el problema de producción y transporte de la empresa de manera de minimizar los costos totales.

# Pauta CTP 1

## Variables de Decisión

- $x_{uit}$  : Cantidad de unidades (o volumen) fabricados del producto u en planta i en período t.  
 $y_{upt}$  : Cantidad de unidades (o volumen) almacenados del producto u en bodega i en período t.  
 $z_{uipt}$  : Cantidad de unidades (o volumen) trasladadas del producto u desde planta i a bodega j en período t.  
 $w_{upjt}$  : Cantidad de unidades (o volumen) trasladadas del producto u desde bodega j a centro de venta j en periodo t.

2 ptos.

## Restricciones

- i. Capacidad de las Planta

$$\sum_{u=1}^U x_{uit} \leq S_i \quad \forall i, t$$

o

$$\sum_{u=1}^U x_{uit} \cdot Vol_u \leq S_i \quad \forall i, t$$

0.4 ptos.

Nota: Depende como se consideren el tema de las variables, pueden poner cualquiera de estas restricciones.

- ii. Satisfacer la Demanda

$$\sum_{p=1}^P w_{upj(t-2)} = D_{ujt} \quad \forall u, j, t = 3, 4, \dots, T$$

0.4 ptos.

- iii. Capacidad de las Bodegas

$$\sum_{u=1}^U y_{upt} \leq CAPBOD_p \quad \forall p, t$$

o

$$\sum_{u=1}^U y_{upt} \cdot Vol_u \leq CAPBOD_p \quad \forall p, t$$

0.4 ptos.

- iv. Restricción de Sanidad

$$\sum_{p=1}^P z_{up(t-2)} \leq \sum_{j=1}^N [w_{upjt} + w_{upj(t-1)}] \quad \forall u, p, t = 3, 4, 5, \dots, T$$

0.3 ptos.

v. Flujo de Inventarios

$$y_{up(t-1)} + \sum_{i=1}^M z_{uipt} - \sum_{j=1}^N w_{upjt} = y_{upt} \quad \forall u, p, t = 3, 4, 5, \dots, T$$

0.4 pts.

vi. Condición de Borde

$$y_{up0} = 0 \quad \forall u, p$$

0.2 pts.

vii. Consecuencia de Variables (No se puede mandar si no hay)

$$\sum_{j=1}^N w_{upjt} \leq \sum_{i=1}^M [z_{uipt} + y_{up(t-1)}] \quad \forall u, p, t$$

0.4 pts.

viii. Mandar todo lo que se produce

$$x_{uit} = \sum_{p=1}^P z_{uipt} \quad \forall u, i, t$$

0.3 pts.

ix. Naturaleza de las variables

$$x_{uit} \geq 0$$

$$y_{upt} \geq 0$$

$$z_{uipt} \geq 0$$

$$w_{upjt} \geq 0$$

0.2 pts.

Función Objetivo

$$\text{Min Costos} = \sum_{t=1}^T \sum_{u=1}^U \left[ \sum_{i=1}^M C_{uit} \cdot x_{uit} + \sum_{p=1}^P g_{up} \cdot y_{upt} + \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^M PB_{uipt} \cdot z_{uipt} + \sum_{p=1}^P \sum_{j=1}^N BC_{upjt} \cdot w_{upjt} \right]$$

1 pts.