Fi34a. Ejercicio No. 7.

1. Se tiene una cavidad de cuerpo negro a temperatura absoluta T.

A partir de las condiciones termodinámicas :$(\frac{\partial S)}{\partial T}_V = \frac{V}{T}\frac{du}{dT}$ y $(\frac{\partial S)}{\partial V}_T = \frac{4}{3}\frac{u}{T}$, donde: u es la densidad de energía electromagnética, S es la entropía del campo electromagnético, V es el volumen de la cavidad donde existe campo electromagnético y T la temperatura absoluta de equilibrio del sistema paredes-radiación se puede deducir(visto en clases) que $u(T) = AT^4$ (Ley de Stefan-Boltzmann), con A una constante.

Demuestre usando las mísmas relaciones y la expresión encontrada para $u(t)$ que :

i) $S = 4/3AT^3V$.

Suponga ahora una transformación adiabática (S=constante) del campo electromagnético del cuerpo negro.

ii) Demuestre que : $TV^{1/3} = constante$ y $pV^{4/3} = constante$, donde $p = 1/3u$ es la presión de la radiación electromagnética en el cuerpo negro.

Como la forma de la cavidad no es relevante para las caracteristicas de la radiación del cuerpo negro suponga ahora una caja cúbica metálica de lados L de modo que el volumen de la cavidad es $V = L^3$. Una solución aceptable (desde el punto de vista del electromagnétismo) para los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ son ondas estacionarias que se anulan en las paredes del conductor de modo que se satisface $k_xL = n_x\pi$, $k_yL = n_y\pi$ y $k_zL = n_z\pi$, donde n_x n_y y n_z son enteros y $k_x = \frac{2\pi}{\lambda_x}$, $k_y = \frac{2\pi}{\lambda_y}$ y $k_z = \frac{2\pi}{\lambda_z}$. De estas relaciones se deduce que para un modo de oscilacion dado por indices fijos (n_x, n_y, n_z) la longitud de onda en cualquiera de las direcciones el proporcional a L, i.e., $\lambda_x = 2L/n_x$, etc. Para una situación de compresión adiabática , (donde L se achica) los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ adecuan sus condiciones de borde de modo que los indices (n_x, n_y, n_z) de los diferentes modos normales permanecen iguales(transformación es reversible) pero las longitudes de estos modos deben seguir los cambios de L.

Usando el primer resultado de ii) demuetre la Ley de Wien:

iii) λT = constante para compresiones o expansiones adiabáticas en un cuerpo negro. $(\lambda = \sqrt{\lambda_x^2 + \lambda_y^2 + \lambda_z^2})$