

$$L = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} m r^2 \dot{\theta}^2 + m g r \cos \theta + \lambda (l - r)$$

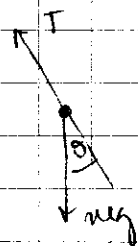
$$q_1 = r ; q_2 = \theta$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}} \right) - \frac{\partial L}{\partial r} = m \ddot{r} - m r \dot{\theta}^2 + m g \cos \theta + \lambda = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = m r^2 \ddot{\theta} + m g r \sin \theta = 0 \rightarrow \text{Ecuación de movimiento del péndulo}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = r - l = 0 \rightarrow r = l = \text{cte} \rightarrow \ddot{r} = 0$$

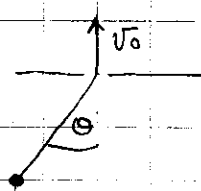
$$\Rightarrow \boxed{\lambda = m g \cos \theta + m l \dot{\theta}^2} \text{ es la tensión}$$



$$\Sigma \vec{F} \cdot \hat{r} = -T + m g \cos \theta = m(\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) = -m l \dot{\theta}^2$$

$$\Rightarrow T = m g \cos \theta + m l \dot{\theta}^2 \quad \checkmark$$

P1 Se tiene un péndulo cuyo hilo está siendo tirado con velocidad constante v_0 . Calcular la tensión y ecuación de movimiento. ¿Cmo cambia la amplitud después de cada período si $v_0 \ll 1$ y pequeñas oscilaciones.



$$T = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} m r^2 \dot{\theta}^2 ; U = -m g r \cos \theta$$

Agregamos un multiplicador para la tensión $\lambda (l - v_0 t - r)$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} m r^2 \dot{\theta}^2 + m g r \cos \theta + \lambda (l - v_0 t - r)$$