18/08:

Lagrangiano

$$L(q_i \dot{q}_i) = T - U$$

T: Energía cinética
U: Energía potencial

Ecuaciones de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$ ⇒ Ecuaciones de movimiento

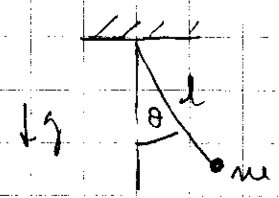
Si hay restricciones, podemos encontrar las fuerzas de ligadura. Las restricciones se escriben: $f(q_i) = 0$. Las agregamos al lagrangiano con un multiplicador de Lagrange λ

$$\Rightarrow L(q, \dot{q}, \lambda) = T - U + \lambda f(q_i)$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad ; \quad \cancel{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\lambda}}\right)} - \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

$\lambda \propto$ fuerza de ligadura (Hay que tener cuidado con las unidades y signos)

Ej: Péndulo simple:



$$T = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 \quad ; \quad U = -mgl\cos\theta$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 + mgl\cos\theta \qquad q = \theta \; ; \; \dot{q} = \dot{\theta}$$

Ecuación de movimiento

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \rightarrow \cancel{m} l^{\cancel{2}} \ddot{\theta} + \cancel{m} g \cancel{l} \sin\theta = 0$$

$$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0}$$ Ecuación de un péndulo

Si queremos conocer la tensión agregamos un multiplicador de Lagrange: