$$\int_0^\infty x^2 e^{-\alpha x^2}\,dx = -\frac{d}{d\alpha}\int_0^\infty e^{-\alpha x^2}\,dx = -\frac{d}{d\alpha}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}\right) = +\frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^3}} = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{3/2}$$

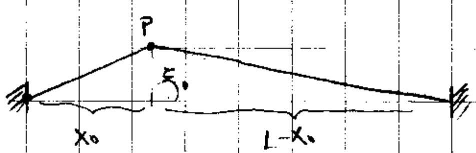
$$\int_0^\infty x^4 e^{-\alpha x^2}\,dx = -\frac{d}{d\alpha}\int_0^\infty x^2 e^{-\alpha x^2}\,dx = -\frac{d}{d\alpha}\left(\frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^3}}\right) = \frac{3}{8}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^5}} = \frac{3}{8\pi^2}\left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{5/2}$$

entonces, usando $\alpha = \frac{m}{2k_BT}$, tenemos

$$\langle E\rangle = \frac{\frac{1}{2}\cancel{m}\,\cancel{4\pi}\,\frac{3}{\cancel{2\pi}\,\cancel{8\pi^2}}\left(\frac{\cancel{2\pi k_BT}}{\cancel{m}}\right)^{\cancel{5/2}}}{\frac{\cancel{4\pi}}{\cancel{4\pi}}\cancel{\left(\frac{2\pi k_BT}{m}\right)^{3/2}}} = \frac{3}{2}k_BT$$

$$\boxed{\langle E\rangle = \frac{3}{2}k_BT}$$

P) Encontrar estiramiento cuadrático promedio de una cuerda debido a golpes con las partículas de un medio a temperatura T



τ: Tensión de la cuerda

L: Largo natural de la cuerda

$|\xi_0| \ll 1$

Sol: modelemos la cuerda como un resorte de constante elástica k, y supongamos que hay una partícula (sin masa) en un punto P haciendo que la cuerda adquiera la forma de la figura. La energía potencial asociada es:

$$W = U = \int \tau\, dl$$ donde dl es el estiramiento infinitesimal de un pedazo de cuerda