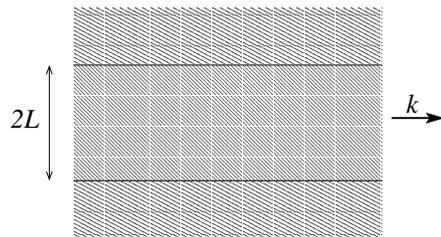


P1* Una guía de ondas consiste en una configuración como la mostrada en la figura en que se tiene un medio elástico “blando” rodeado de material “duro”. Se desea tener una onda que viaje según la dirección indicada por el vector de onda \vec{k} y que tenga algún tipo de dependencia en la coordenada transversal, de manera que esté localizada principalmente en el medio “blando”. Un ejemplo usual de guía de ondas es la fibra óptica.



Considere una onda de una membrana que se propaga en un medio **bidimensional** como el de la figura. La tensión en todas las regiones es τ . La densidad en el medio central es ρ_0 y en los medios laterales es ρ_1 , con $\rho_1 \ll \rho_0$.

Encuentre una solución de onda que viaje en la dirección \vec{k} y determine la relación entre la frecuencia y el vector de onda. A esa relación se le llama la relación de dispersión.

P2* Considere una membrana circular de radio muy grande (para efectos prácticos infinito), densidad σ y tensión τ que tiene al centro un pistón de radio a que se mueve verticalmente con una fuerza $F = F_0 \cos(\omega t)$.

- Determine el movimiento que tiene la membrana.
- Calcule a grandes distancias el flujo de energía promedio en un ciclo.
- Determine el promedio en un ciclo del trabajo hecho por el pistón. Compare con el resultado anterior.

Nota: Puede ser útil usar que $F_0 \cos(\omega t) = \text{Re} [F_0 e^{i\omega t}]$.
 Además, le puede resultar útil usar que $\frac{1}{T} \int_0^T \text{Re}[e^{i\omega t}] \text{Re}[e^{i\omega t}] dt = \frac{1}{2}$

P3 Una membrana circular está sujeta entre dos círculos concéntricos fijos de radios a y b ($a < b$).

- Encuentre algún tipo de solución de onda viajera que se propague angularmente en la membrana. ¿Con qué velocidad angular se mueve?
- Calcule el flujo de energía.

P3 Un fluido que está a punto de realizar una transición de fase gas-líquido, cuando se conservan la masa y el momentum, está descrito por el siguiente conjunto de ecuaciones

$$\begin{aligned} \partial_t \rho &= -\partial_x j \\ \partial_t j &= -\partial_x (a\rho + \rho^3 - \partial_{xx} \rho - v \partial_x j) \end{aligned}$$

llamadas *ecuaciones de van der Waals*, donde ρ es la densidad, j es el momentum según x , v es el coeficiente de roce y a es una medida de la diferencia de la temperatura a la temperatura de equilibrio.

- Considere que $\rho(x, t) = \rho_0 + \rho_1(x, t)$, con $\rho_1 \ll \rho_0$. Escriba la ecuación linealizada para j y ρ_1 .
- Determine la relación de dispersión para las ondas descritas por estas ecuaciones. Desprecie el coeficiente de roce.

(c) Calcule la velocidad de fase y de grupo de las ondas. Interprete lo que sucede cuando la velocidad de fase se hace imaginaria.

Encuesta

Item	Nota (poco, medio, mucho)	Comentarios libres
Dificultad de las tareas		
Largo de las tareas		
Interés y pertinencia de las tareas		
Dificultad de las clases		
Agilidad de las clases		