Análisis de Señales

Capítulo VI: Modulación de frecuencia y de fase

Profesor: Néstor Becerra Yoma

6.1 FM y PM

- Ángulo de una señal senoidal: frecuencia y ángulo de fase
- Caso para frecuencia variable: frecuencia "instantánea"

$$\phi(t) = A\cos\big(\theta(t)\big)$$

$$\theta(t) = \int_{\tau=0}^{t} \omega_i(\tau)\,d\tau + \theta_0$$

$$\Rightarrow \omega_i(t) = \frac{d\theta}{dt}$$

6.1 FM y PM

- Ej: Determinar la frecuencia instantánea para:

$$\phi(t) = A\cos(10\pi t + \pi t^2)$$

$$\Rightarrow \theta(t) = 10\pi t + \pi t^2$$

$$\Rightarrow \omega_i(t) = \frac{d\theta}{dt} = 10\pi + 2\pi t = 2\pi(t+5)$$

6.1 FM y PM

- Dos posibilidades relacionadas entre si:
  - La fase varía linealmente con la entrada f(t) (PM):

$$\theta_{PM}(t) = \omega_c t + k_p f(t) + \theta_0$$

$$\Rightarrow \omega_i(t) = \omega_c + k_p \frac{df}{dt}$$

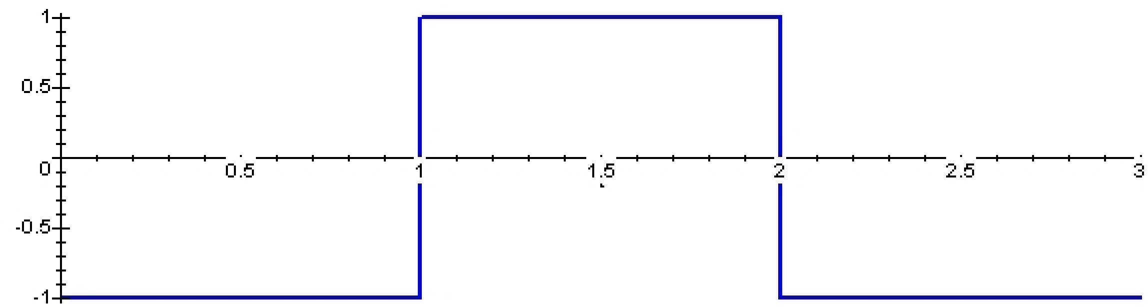
  - La frecuencia varía linealmente con la entrada (FM)

$$\omega_i = \omega_c + k_f f(t)$$

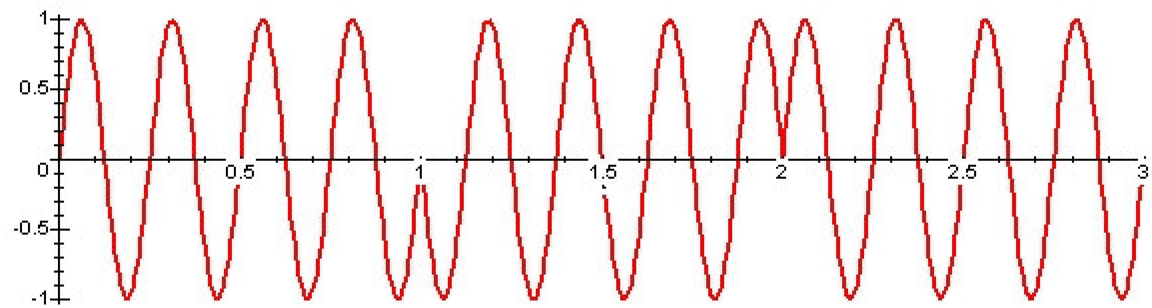
$$\Rightarrow \theta_{FM}(t) = \int_{\tau=0}^{t} \omega_i(\tau) d\tau + \theta_0 = \omega_c t + \int_{\tau=0}^{t} k_f f(\tau) d\tau + \theta_0$$

6.1 FM y PM

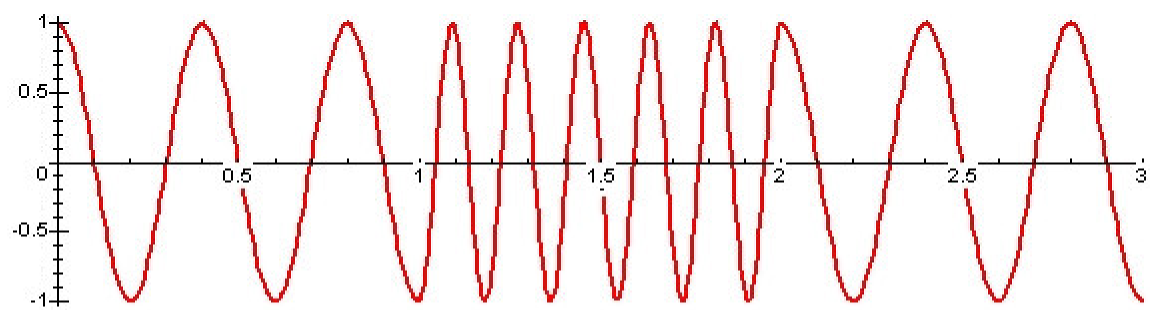
$f(t)$



$\phi_{PM}(t)$

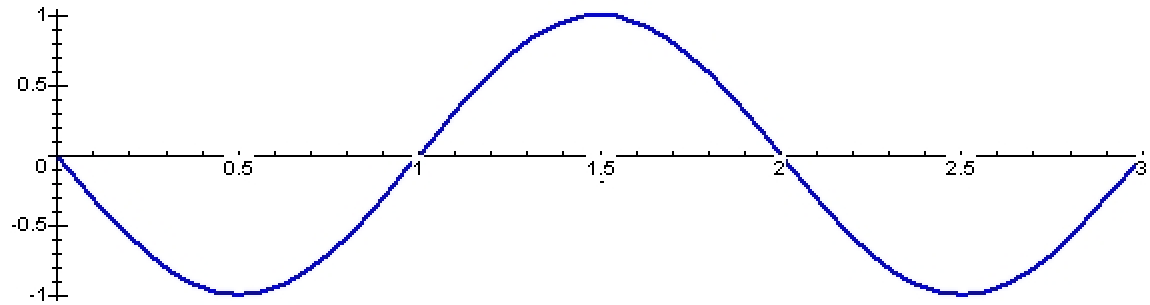


$\phi_{FM}(t)$

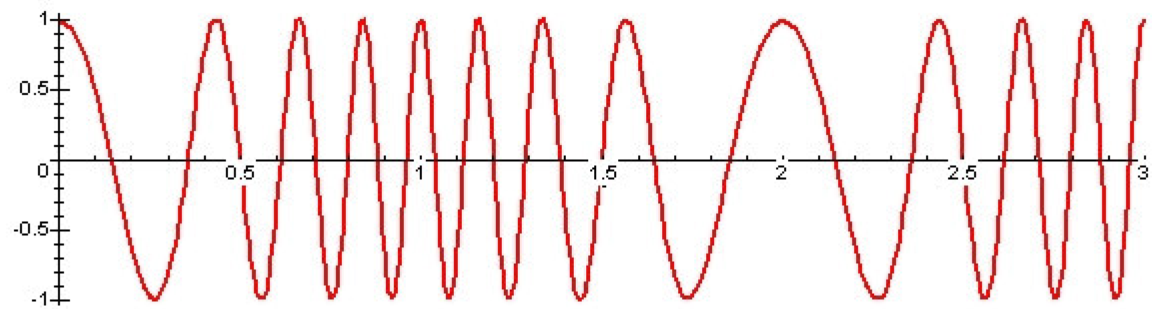


6.1 FM y PM

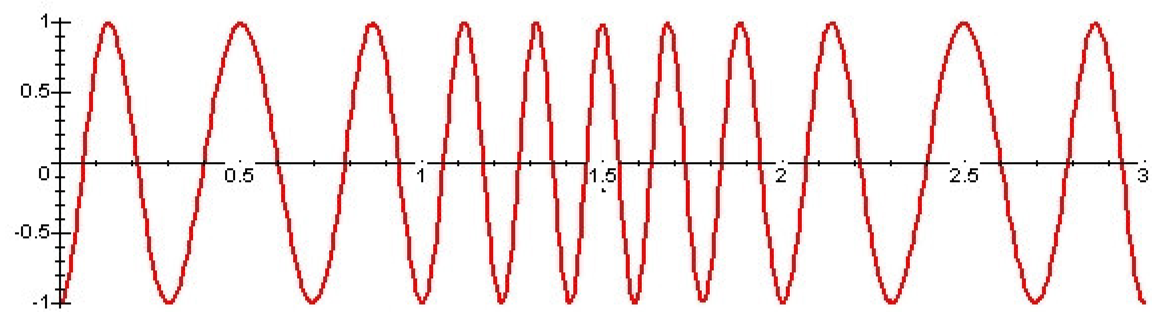
$f(t)$



$\phi_{PM}(t)$



$\phi_{FM}(t)$



6.1 FM y PM

- La modulación de amplitud es lineal
  - Relación directa entre espectros de la señal original y de la modulada

$$\left(f(t)+g(t)\right)\cos\left(\omega_c t\right)=f(t)\cos(\omega_c t)+g(t)\cos(\omega_c t)$$

- Las modulaciones de ángulo son no lineales
  - No hay relación directa entre los espectros

$$A\cos\left(\omega_c t+k_p\left(f(t)+g(t)\right)\right)\neq A\cos(\omega_c t+k_p f(t))+A\cos(\omega_c t+k_p g(t))$$

$$A\cos\left(\omega_c t+k_f\int_{\tau=0}^{t}\left(f(\tau)+g(\tau)\right)d\tau\right)\neq A\cos\left(\omega_c t+k_f\int_{\tau=0}^{t}f(\tau)d\tau\right)+A\cos\left(\omega_c t+k_f\int_{\tau=0}^{t}g(\tau)d\tau\right)$$

6.2 FM de banda angosta

- Bajo ciertas condiciones, la modulación FM se puede considerar lineal
- Consideremos una sinusoide como señal moduladora:

$$f(t) = a\cos(\omega_m t)$$

$$\omega_i = \omega_c + k_f f(t)$$

- Se define la desviación de frecuencia:

$$\Delta\omega = ak_f$$

6.2 FM de banda angosta

$$\theta(t) = \omega_c t + \frac{\Delta\omega}{\omega_m} sen(\omega_m t)$$

- Definiendo el índice de modulación $\beta = \dfrac{\Delta\omega}{\omega_m}$

$$\theta(t) = \omega_c t + \beta sen(\omega_m t)$$

$$\phi_{FM}(t) = cos\left(\omega_c t + \beta sen(\omega_m t)\right)$$

- Usando la conocida identidad

$$\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - sen(x)sen(y)$$

6.2 FM de banda angosta

$$\phi_{FM}(t) = \cos\left(\omega_c t + \beta sen(\omega_m t)\right)$$
$$\phi_{FM}(t) = A\cos(\omega_c t)\cos\left(\beta sen(\omega_m t)\right) - A sen(\omega_c t) sen\left(\beta sen(\omega_m t)\right)$$

- Para beta pequeño:

$$\cos\left(\beta sen(\omega_m t)\right) \approx 1$$
$$sen\left(\beta sen(\omega_m t)\right) \approx \beta sen(\omega_m t)$$

6.2 FM de banda angosta

- Luego, se obtiene la aproximación para banda angosta:

$$\phi_{NBFM}(t) = A\cos(\omega_c t) - \beta A sen(\omega_m t) sen(\omega_c t)$$

- Tiene un cierto parecido con la modulación AM:

$$\phi_{AM}(t) = A\cos(\omega_c t) + mA\cos(\omega_m t)\cos(\omega_c t)$$

- Es por esto que a beta se le llama índice de modulación FM

6.2 FM de banda angosta

- Si la señal moduladora no es sinusoidal y tiene media cero:

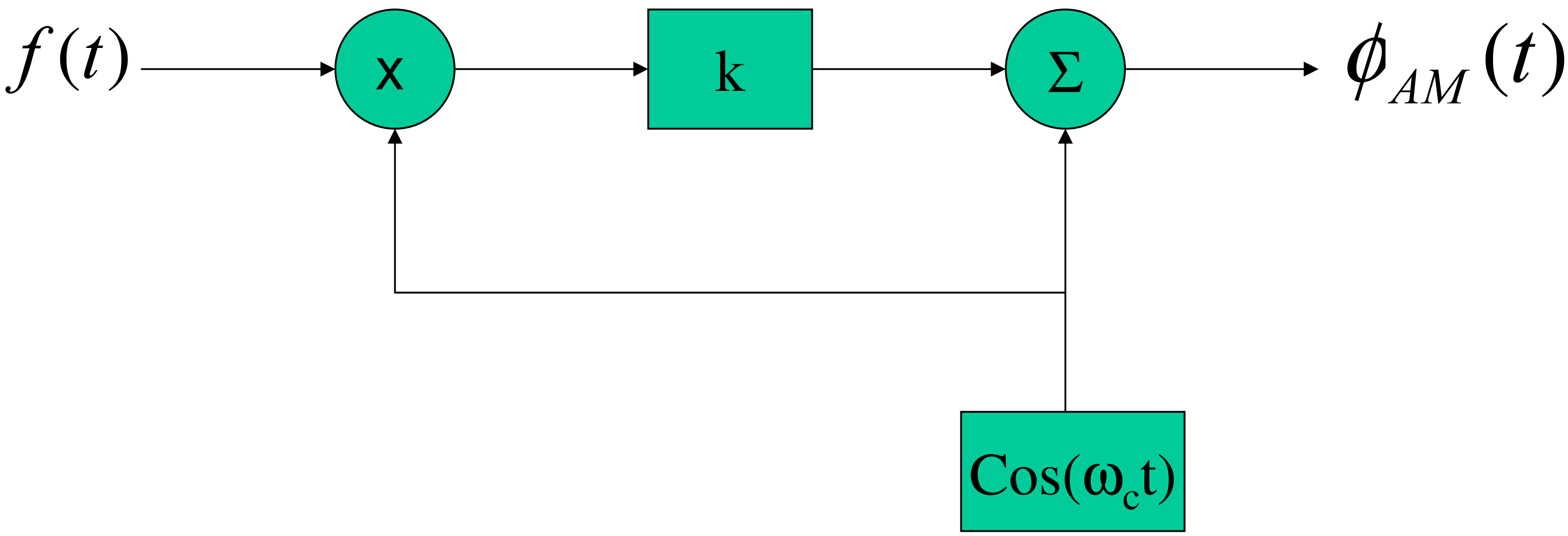
$$\phi_{FM}(t)=\cos\left(\omega_c t+k_f\int_{\tau=0}^{t}f(\tau)d\tau\right)$$

$$\phi_{FM}(t)=\cos(\omega_c t)\cos\left(k_f\int_{\tau=0}^{t}f(\tau)d\tau\right)-sen(\omega_c t)sen\left(k_f\int_{\tau=0}^{t}f(\tau)d\tau\right)$$

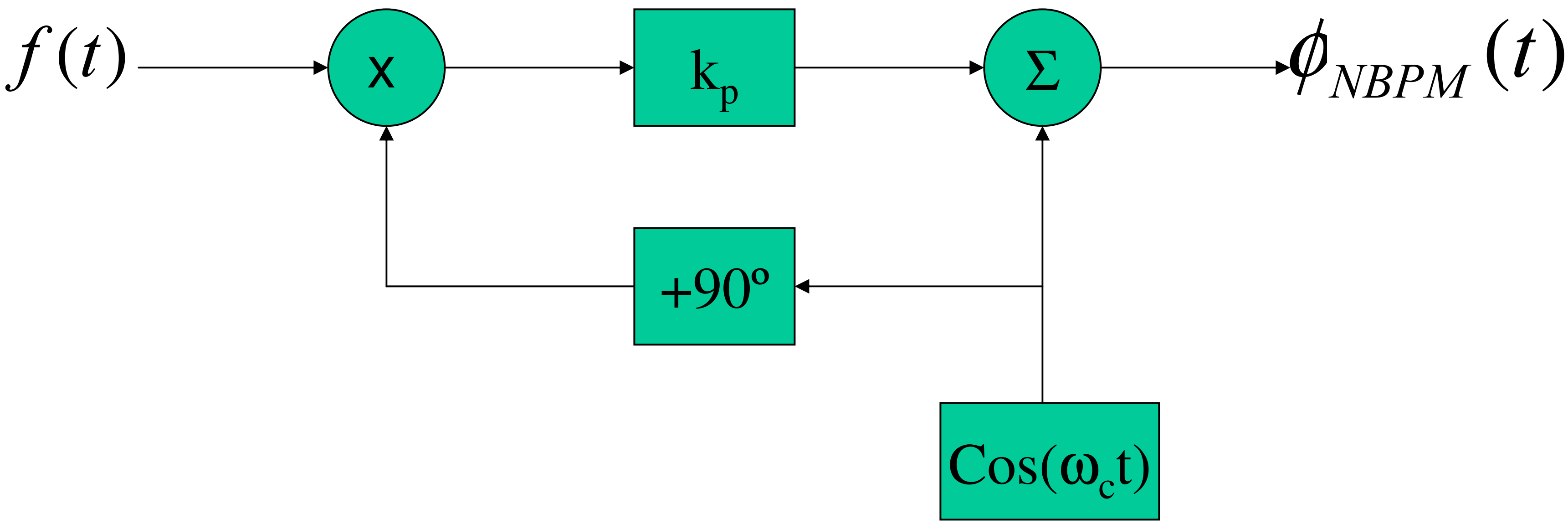
$$\phi_{NBFM}(t)=\cos(\omega_c t)-k_f sen(\omega_c t)\int_{\tau=0}^{t}f(\tau)d\tau$$

$$\Phi_{NBFM}(\omega)=\pi\delta(\omega-\omega_c)+\pi\delta(\omega+\omega_c)+\frac{1}{2}k_f\frac{F(\omega-\omega_c)}{\omega}-\frac{1}{2}k_f\frac{F(\omega+\omega_c)}{\omega}$$

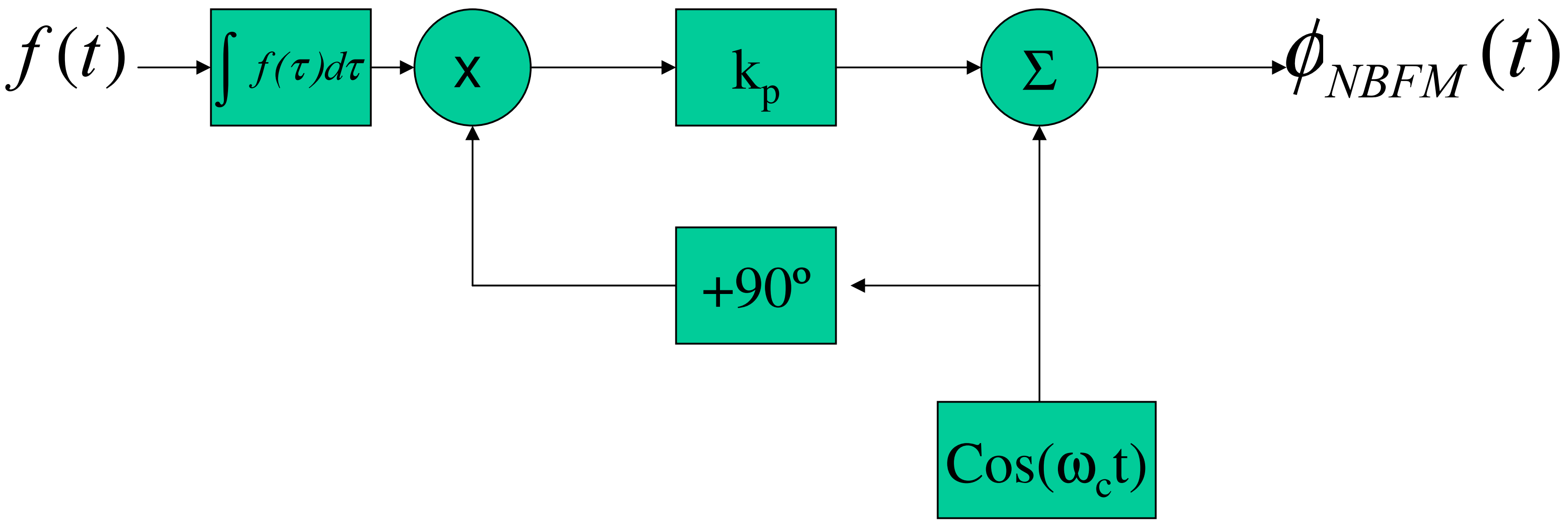
6.2 FM de banda angosta



6.2 FM de banda angosta

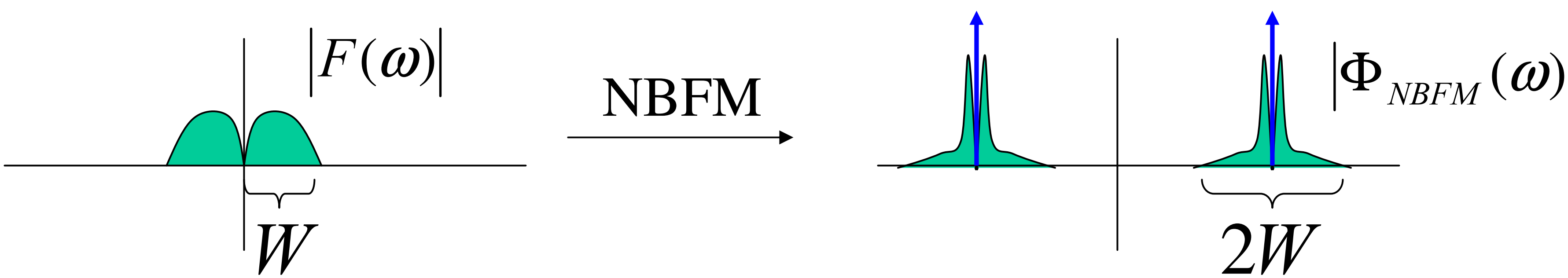


6.2 FM de banda angosta



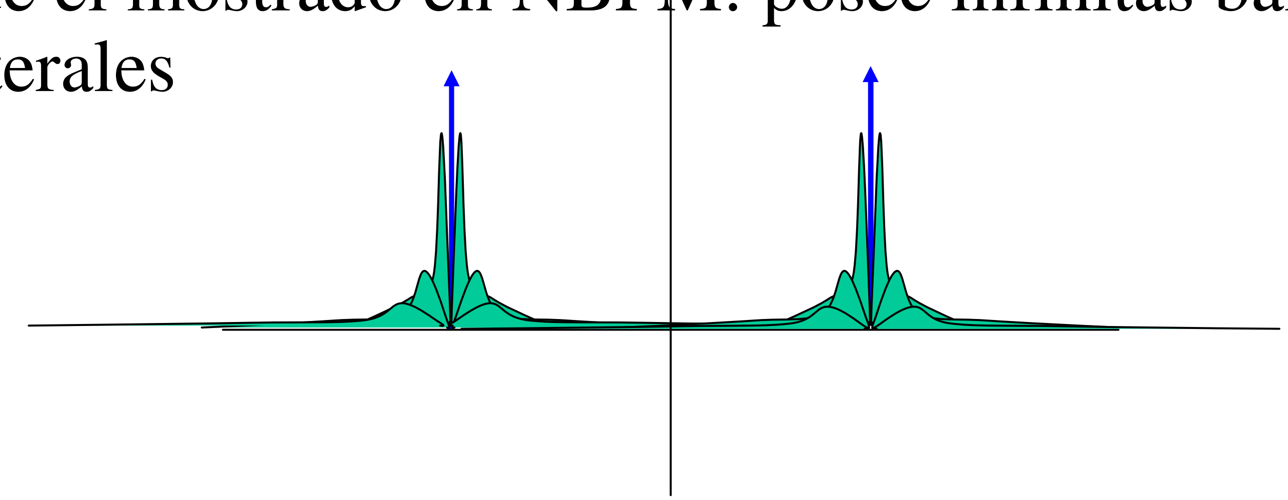
6.2 FM de banda angosta

- Ancho de banda requerido: el doble del ancho de banda de la señal original (al igual que en AM)
- Suponer NBFM es válido mientras $\beta < 0.2$
- El hecho de integrar la señal original hace que se realcen las bajas frecuencias y se atenúen las altas en el espectro de salida. La señal original debe tener media cero (sin espectro en ω=0)



6.3 FM de banda ancha

- El espectro FM es, en la realidad, más complejo que el mostrado en NBFM: posee infinitas bandas laterales



- Se puede hacer el análisis sin simplificaciones de β pequeño cuando la señal a modular es una sinusoide

6.3 FM de banda ancha

- Sea f(t) una sinusoide: $f(t) = a\cos(\omega_m t)$
- Nuevamente se tiene que:

$$f(t) = a\cos(\omega_m t)$$

$$\omega_i(t) = \omega_c + ak_f\cos(\omega_m t) = \omega_c + \Delta\omega\cos(\omega_m t)$$

$$\theta(t) = \omega_c t + \beta sen(\omega_m t)$$

- Usando notación compleja:

$$\phi_{FM}(t) = \mathrm{Re}\left\{Ae^{j\omega_c t}e^{j\beta sen\omega_m t}\right\}$$

6.3 FM de banda ancha

$$\phi_{FM}(t) = \mathrm{Re}\left\{ A e^{j\omega_c t} e^{j\beta sen\omega_m t} \right\}$$

- La segunda exponencial es una función periódica.

$$e^{j\beta sen\omega_m t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_m t}$$

- Los coeficientes F_n se calculan de:

$$F_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} e^{j\beta sen\omega_m t} e^{-jn\omega_m t}\,dt$$

- Haciendo el cambio de variables: $\xi = \omega_m t = \frac{2\pi}{T}t$

6.3 FM de banda ancha

$$F_n = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{j(\beta sen\xi - n\xi)} d\xi = J_n(\beta)$$

- El coeficiente n-ésimo de la serie es la función de primera clase de orden n de Bessel, evaluada en β.
- La señal FM queda como:

$$\phi_{FM}(t) = \mathrm{Re}\left\{ Ae^{j\omega_c t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{jn\omega_m t} \right\}$$

$$\phi_{FM}(t) = A \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos(\omega_c + n\omega_m)t$$

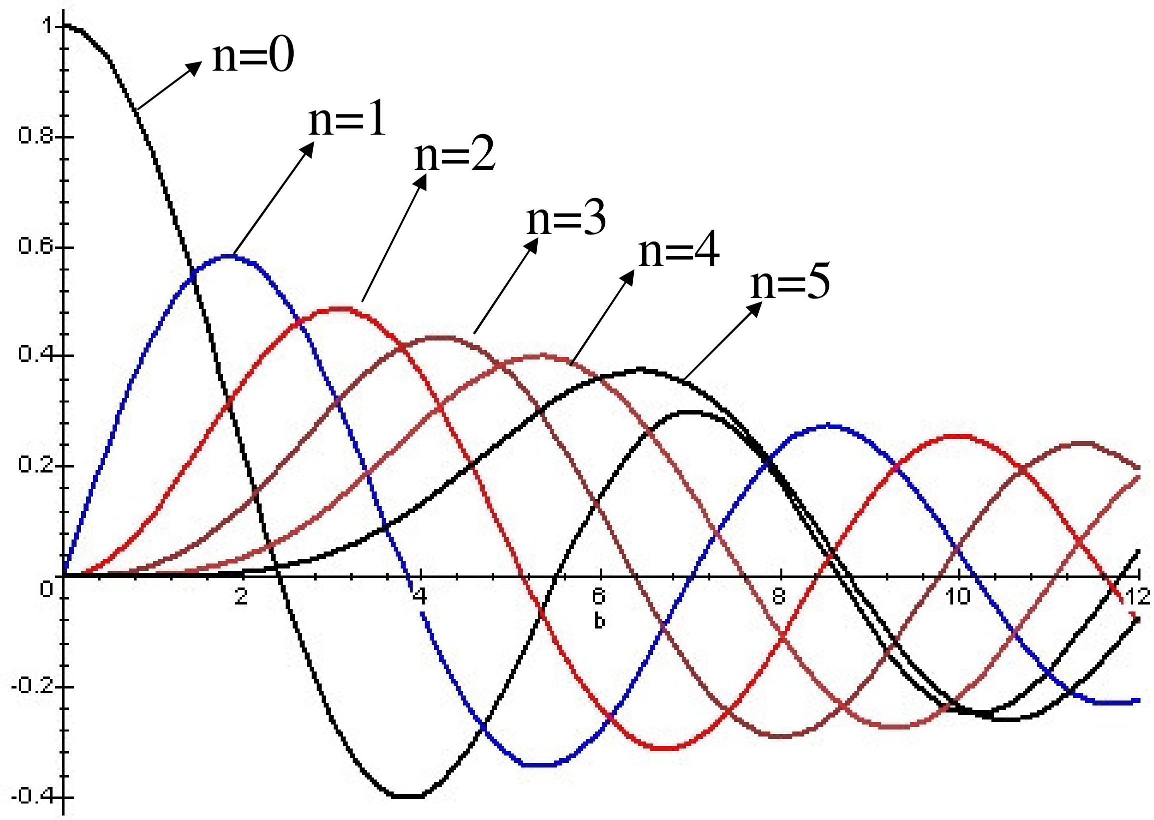
6.3 FM de banda ancha

$$\phi_{FM}(t) = A\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta)\cos(\omega_c + n\omega_m)t$$

- La banda central es la correspondiente a n=0, el resto son bandas laterales. Dos bandas consecutivas están separadas entre sí por la misma frecuencia de la señal a modular
- Para β pequeño, sólo queda la banda central n=0 (se llega al caso NBFM).
- La amplitud relativa entre las bandas para un β dado depende del valor de los $J_n(\beta)$ para las distintas bandas n

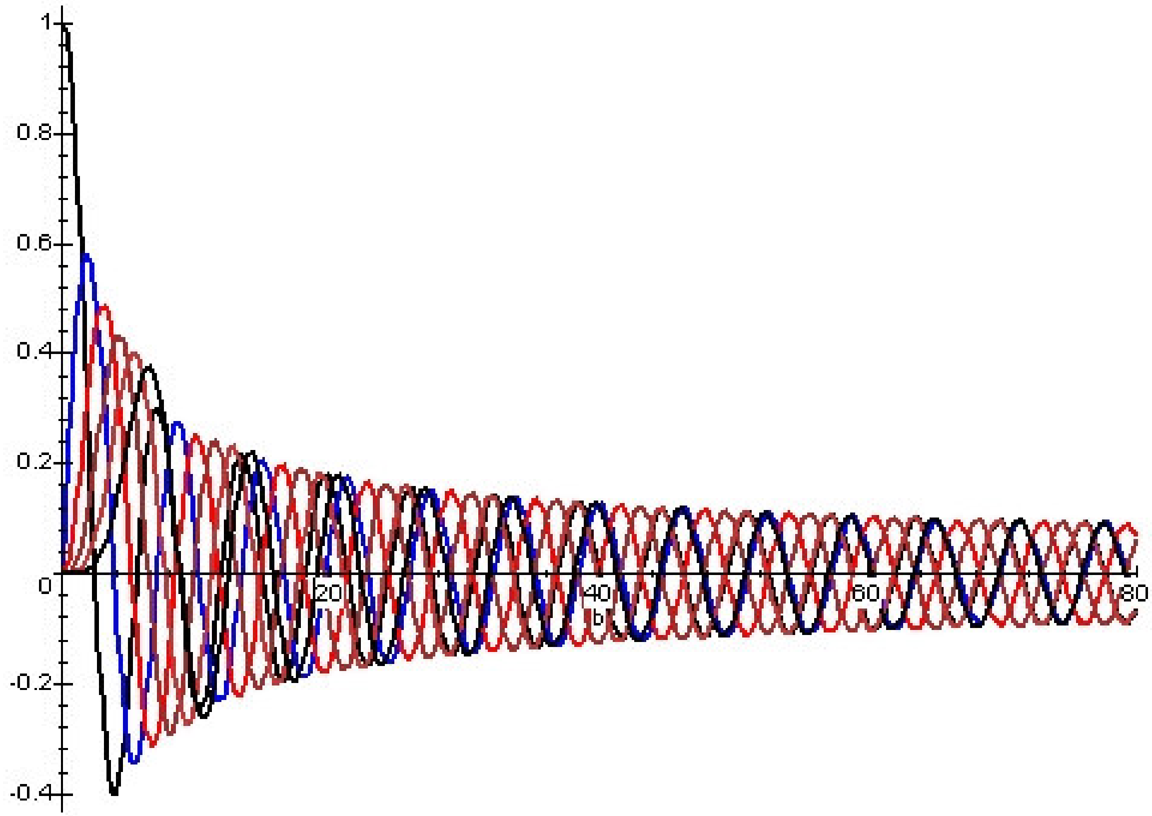
6.3 FM de banda ancha

$$\phi_{FM}(t) = A\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta)\cos(\omega_c + n\omega_m)t$$



6.3 FM de banda ancha

$$\phi_{FM}(t) = A \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta)\cos(\omega_c + n\omega_m)t$$



6.3 FM de banda ancha

- Las funciones J de Bessel "parecen" sinusoides cuya envolvente decrece de forma exponencial
- Propiedades de las funciones J de Bessel
  - Son de valor real
  - $J_n(\beta) = J_{-n}(\beta)$ para n par
  - $J_n(\beta) = -J_{-n}(\beta)$ para n impar
  - $\cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^{\,2}(\beta) = 1 \quad \forall \beta$

6.3 FM de banda ancha

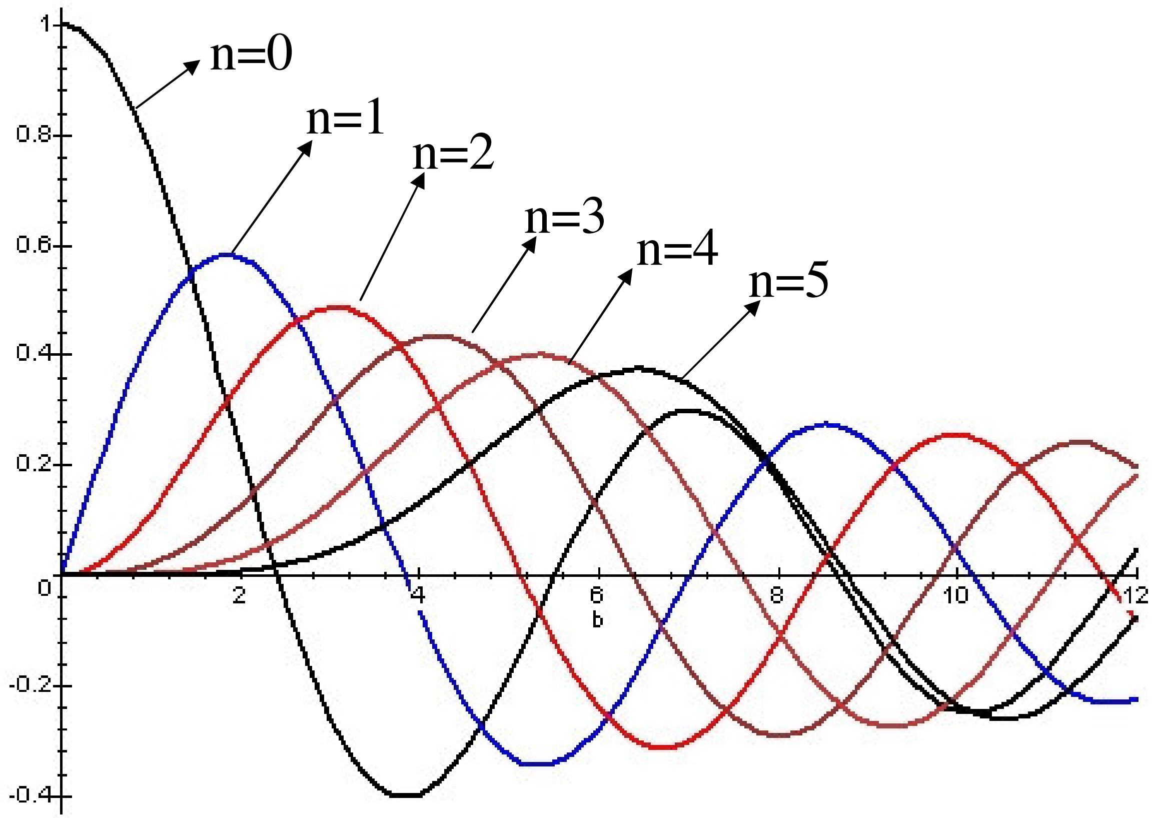
- Una señal FM real tiene un número infinito de bandas laterales. Sin embargo, para β no muy grande, sólo unas pocas bandas (n cercano a cero) concentran casi toda la potencia de la señal

$$\phi_{FM}(t) = A\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta)\cos(\omega_c + n\omega_m)t$$

$$Potencia(\phi_{FM}(t)) = \frac{A^2}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n{}^2(\beta) = \frac{A^2}{2}$$

6.3 FM de banda ancha

- Las funciones de J de Bessel son pequeñas cuando $\beta<n$ (salvo para n=0)



6.3 FM de banda ancha

$$\phi_{FM}(t) = A\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta)\cos(\omega_c + n\omega_m)t$$

- Luego, para un β grande pueden considerarse sólo los $J_n(\beta)$ cuyos n´s son menores que β. De este modo, se llega a un ancho de banda para FM:

$$W = 2n\omega_m \approx 2\beta\omega_m = 2\frac{\Delta\omega}{\omega_m}\omega_m = 2\Delta\omega$$

- Sin embargo, para banda angosta (β pequeño) se consideraban n=-1, n=0 y n=1 => $W=2\omega_m$
- Se puede buscar una solución que incluya los dos anchos de banda indicados

6.3 FM de banda ancha

- Regla de Carson:

$$W = 2(\Delta\omega + \omega_m)$$

$$W = 2\omega_m(1+\beta)$$

- Esta regla puede aplicarse a cualquier señal. $\Delta\omega$ es la desviación en frecuancia, y ω_m es la frecuencia de la señal moduladora.
- Si β es muy pequeño (Ej. <0.2) puede aplicarse la regla de banda angosta: $W=2\omega_m$
- Si β es muy grande (Ej, >20) puede aplicarse la regla de banda ancha: $W=2\Delta\omega$

6.3 FM de banda ancha

- Ejemplo: Una portadora de 10 MHz es modulada en frecuencia por una señal senoidal tal que la desviación de frecuencia peak es Δf=50kHz. Determinar el ancho de banda si la moduladora es de:
  - A) 500 kHz
  - B) 500 Hz
  - C) 10 kHz

6.3 FM de banda ancha

- A) modulada de 10 MHz, Δf=50kHz, moduladora de 500 kHz

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{50}{500} = 0.1$$

- Luego, puede ocuparse la fórmula de banda angosta:

$$B = 2 f_m = 1 MHz$$

6.3 FM de banda ancha

- B) modulada de 10 MHz, Δf=50kHz, moduladora de 500 Hz

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = 100$$

- Luego, puede ocuparse la fórmula de banda ancha:

$$B = 2\Delta f = 100kHz$$

6.3 FM de banda ancha

- C) modulada de 10 MHz, Δf=50kHz, moduladora de 10 kHz

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = 5$$

- Luego, puede ocuparse la fórmula de Carson:

$$B = 2(\Delta f + f_m) = 120kHz$$

6.3 FM de banda ancha

- Potencia de la señal FM se puede calcular así:

$$\phi_{FM}(t) = A\cos(\omega_c t + \beta sen(\omega_m t))$$

$$\overline{\phi_{FM}^{\;2}(t)} = A^2/2$$

- También se puede obtener lo mismo a partir de la serie:

$$\phi_{FM}(t) = A\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta)\cos(\omega_c + n\omega_m)t$$

$$\overline{\phi_{FM}(t)} = A^2\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta)\overline{\cos(\omega_c + n\omega_m)t} = \frac{A^2}{2}\overbrace{\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta)}^{1}$$

6.3 FM de banda ancha

- Para un β dado, la potencia de cada banda lateral es:

$$\frac{1}{2} A^2 J_n^{\,2}(\beta)$$

6.3 FM de banda ancha

- Un transmisor FM se modula con una senoidal simple. La potencia de salida sin modular es de 100[W]. La desviación peak de frecuencia se aumenta con cuidado desde cero hasta que desaparezca la primera banda lateral, n=1. En estas condiciones, determinar:
  - A) Potencia promedio en la frecuencia portadora
  - B) Potencia promedio en las bandas laterales
  - C) Potencia promedio en las bandas laterales de segundo orden

6.3 FM de banda ancha

- A) Potencia de la portadora: La banda n=1 y la banda n=-1 desaparecen para β=3.8. Luego, la potencia en la portadora (n=0) es:

$$P_c = J_0^{\,2}(3.8) \times 100W = 16W$$

- B) La potencia en las bandas laterales es:

- C) La potencia en las bandas de segundo orden es:

6.3 FM de banda ancha

- A) Potencia de la portadora: La banda n=1 y la banda n=-1 desaparecen para β=3.8. Luego, la potencia en la portadora (n=0) es:

$$P_c = J_0^{\,2}(3.8)\times 100W = 16W$$

- B) La potencia en las bandas laterales es:

$$P_s = P_t - P_c = 100W - 16W = 84W$$

- C) La potencia en las bandas de segundo orden es:

6.3 FM de banda ancha

- A) Potencia de la portadora: La banda n=1 y la banda n=-1 desaparecen para β=3.8. Luego, la potencia en la portadora (n=0) es:

$$P_c = J_0^{\,2}(3.8)\times 100W = 16W$$

- B) La potencia en las bandas laterales es:

$$P_s = P_t - P_c = 100W - 16W = 84W$$

- C) La potencia en las bandas de segundo orden es:

$$P_{2,-2} = 2\times J_2^{\,2}(3.8)\times 100W = 34W$$

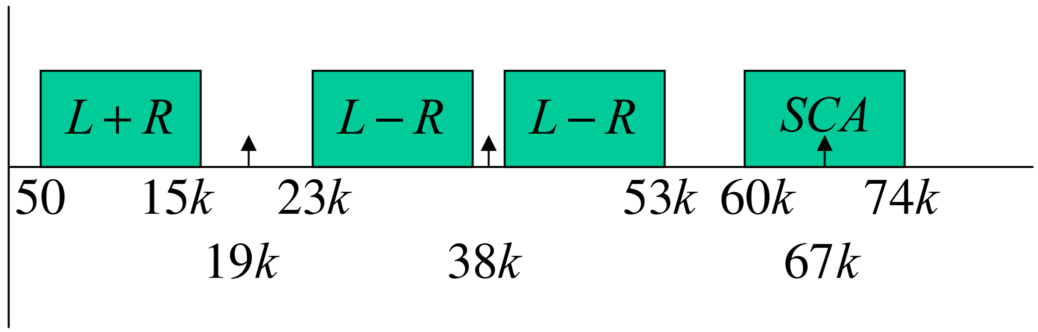
6.4 FM comercial

- Ventaja de FM: no es necesario que haya una cota para la amplitud de la señal como en AM (donde se requería que $A+f(t)>0$)
- Radiodifusión FM comercial: se usa el intervalo 88MHz – 108MHz, frecuencias portadoras separadas por intervalos de 200 kHz, desviación de frecuencia pico $\Delta f = 75$ kHz.
- En AM se permite un ancho de banda de 10 kHz; en FM se permiten 200 kHz => distinta calidad de audio

6.4 FM comercial

- Cuando se desea transmitir dos señales (transmisión estéreo), se puede usar modulación DSB-SC seguida de modulación FM => permite transmitir varios espectros en la señal FM, ej: radio FM, televisión (transmite la imagen y los dos canales de audio)
- Usualmente no se transmiten L y R, sino L+R y L-R (permite poder elegir FM no estéreo)

6.4 FM comercial



- L+R permite recepción mono de forma simple
- L-R está modulado a 38 kHz usando DSB-SC (puede incluir una pequeña portadora)
- Se incluye una pequeña portadora a 19 kHz para indicar la fase con que se debe demodular L+R
- Se puede transmitir un canal adicional SCA, modulado usando NBFM (se puede usar, por ejemplo, para radios sin comerciales).

6.5 Modulación de fase

- Es similar a FM, salvo en que no es necesario integrar la señal al principio del proceso.
- En FM, la desviación de frecuencia peak, Δf, no depende de la frecuencia de la señal a transmitir, sino de su amplitud:

$$\omega_i(t) = \omega_c + ak_f \cos(\omega_m t)$$

$$\omega_i(t) = \omega_c + 2\pi\Delta f \cos(\omega_m t)$$

6.5 Modulación de fase

- En cambio, en PM si existe la dependencia.

$$\theta(t) = \omega_c t + ak_p \cos(\omega_m t) + \theta_0$$

$$\theta(t) = \omega_c t + \Delta\theta \cos(\omega_m t) + \theta_0$$

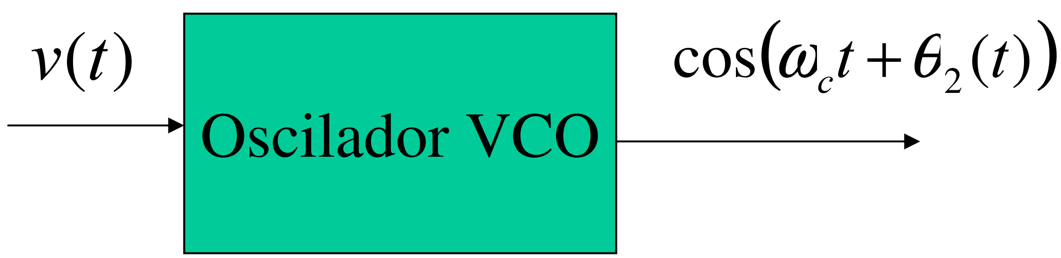
$$\omega_i(t) = \omega_c - \omega_m \Delta\theta sen(\omega_m t)$$

$$\omega_i(t) = \omega_c - \Delta\omega(\omega_m) sen(\omega_m t)$$

- PM no es apropiada cuando se requiere un Δf fijo.
- El β en PM es igual a Δθ. No depende de ω_m.

6.6 Generación de señales FM

- Para generar señales FM se usa un VCO (oscilador controlado por voltaje). Éste es un dispositivo que genera una onda sinusoidal cuya frecuencia es proporcional a un voltaje de entrada. Si el voltaje de entrada es v, la salida es:



$$\frac{d}{dt}\theta_2 = v(t)$$

- ω_c se llama frecuencia de oscilación libre (frecuencia de salida cuando el voltaje de entrada es cero)

6.7 Demodulación de señales FM

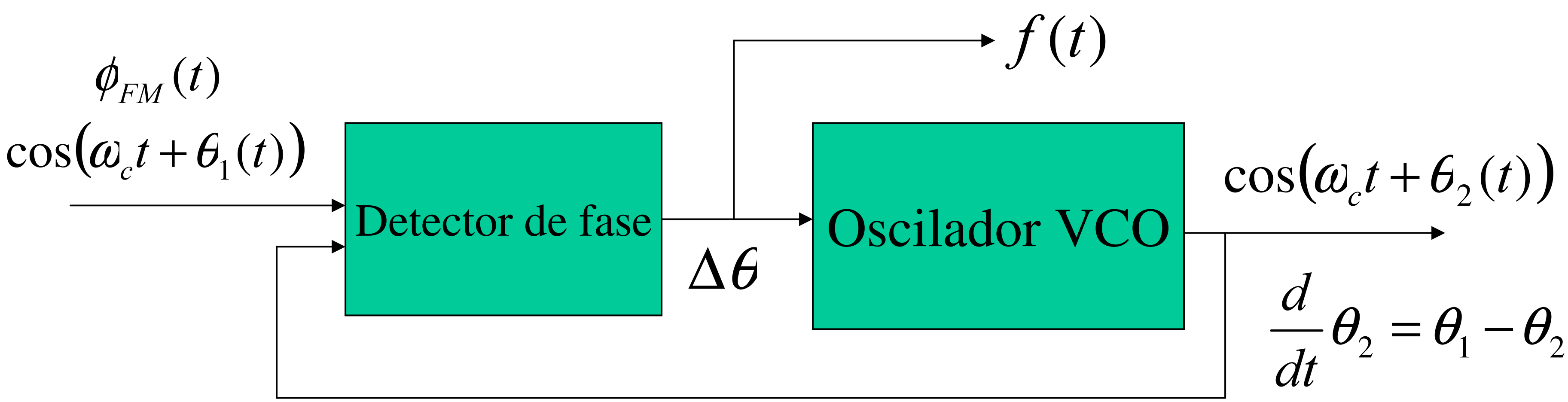
- Para demodular se pueden usar básicamente dos métodos:
  - Derivar la señal y usar un detector de envolvente: Tras derivar la señal, se logra obtener una señal parecida a una AM:

$$\phi_{FM}(t) = A\cos\left(\omega_c t + k_f \int_{\tau=0}^{t} f(\tau)d\tau \right)$$

$$\frac{d\phi_{FM}}{dt} = -\left(\omega_c + k_f f(t)\right)A sen\left(\omega_c t + k_f \int_{\tau=0}^{t} f(\tau)d\tau \right)$$

6.7 Demodulación de señales FM

- La segunda forma es usando un PLL (del que ya se habló previamente). El dispositivo genera una salida que tiene la misma frecuencia que la entrada. Luego, la entrada al VCO corresponde a la señal demodulada.



6.8 Razón señal a ruido

- Interesa ver qué sucede cuando se suma ruido blanco a una señal FM y luego se demodula.
- Potencia de la señal demodulada: Si la señal es f(t), la señal FM es:

$$\phi_{FM\,señal}(t) = A\cos\left(\omega_c t + k_f \int_{\tau=0}^{t} f(\tau)d\tau\right)$$

- La señal demodulada es: $s_0(t) = k_f f(t)$
- Y su potencia es: $S_0 = k_f^{\,2}\,\overline{f^2(t)}$
- Recordar: A=amplitud de la portadora.

6.8 Razón señal a ruido

- Potencia del ruido demodulado: Se supondrá que f(t)=0. Además, el ruido tiene la misma frecuencia central que la portadora y tiene amplitud pequeña.
- El ruido se puede escribir como:

$$n(t) = n_c(t)\cos(\omega_c t) - n_s(t)\,sen(\omega_c t)$$

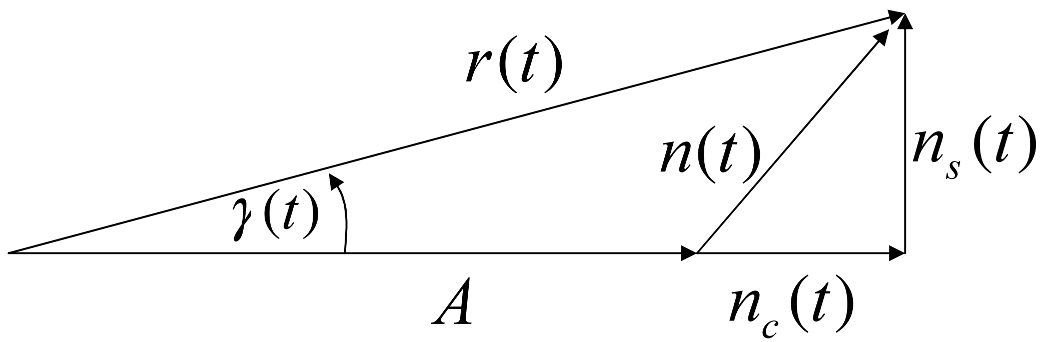
Ruido blanco de banda limitada

- La portadora más el ruido se puede escribir como:

$$\phi_{FM_{ruido}} = A\cos(\omega_c t) + n_c(t)\cos(\omega_c t) - n_s(t)\,sen(\omega_c t)$$

6.8 Razón señal a ruido

$$\phi_{FM_{ruido}} = A\cos(\omega_c t) + n_c(t)\cos(\omega_c t) + n_s(t)sen(\omega_c t)$$

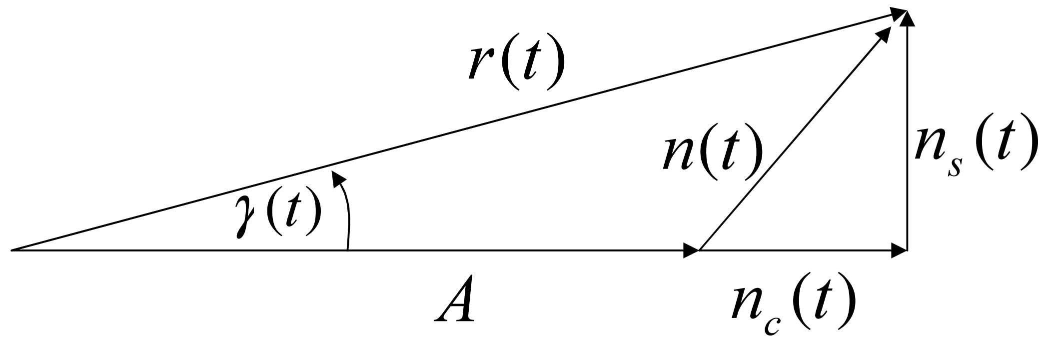


- Se puede reescribir como:

$$\phi_{FM_{ruido}} = r(t)\cos\left(\omega_c t + \gamma(t)\right)$$

- Interesa estudiar $\gamma(t)$:

6.8 Razón señal a ruido



$$\gamma(t) = \tan^{-1}\left(\frac{n_s(t)}{A + n_c(t)}\right) \approx \tan^{-1}\left(\frac{n_s(t)}{A}\right) \approx \left(\frac{n_s(t)}{A}\right)$$

- Al demodular la señal $\phi_{FMruido}$, se obtiene:

$$n_0(t) = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{A}\frac{d}{dt} n_s(t)$$

6.8 Razón señal a ruido

$$n_0(t) = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{A}\frac{d}{dt}n_s(t)$$

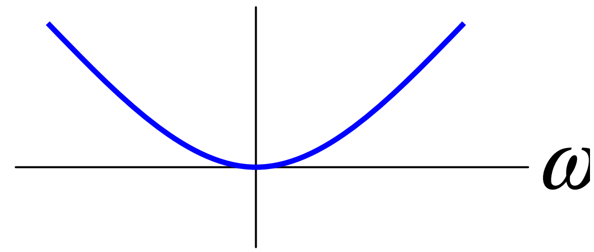
- Se debe recordar que n(t) es ruido blanco de banda limitada (tiene densidad espectral de potencia constante). Además, derivar en el tiempo equivale a multiplicar por ω en la frecuencia. Luego, se tiene:

$$S_{n_s}(\omega) = S_n(\omega + \omega_c) + S_n(\omega - \omega_c) = 2\frac{\eta}{2} = \eta$$

$$S_{n_0}(\omega) = \frac{1}{A^2}\omega^2 S_{n_s}(\omega) = \frac{1}{A^2}\omega^2\eta = \frac{\eta\omega^2}{A^2}$$

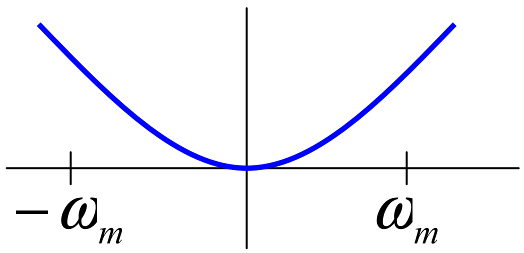
6.8 Razón señal a ruido

$$S_{n_0}(\omega) = \frac{\eta\omega^2}{A^2}$$



- Se concluye que, al agregar ruido blanco de pequeña amplitud a una señal FM y luego demodular la señal, el ruido contamina principalmente las altas frecuencias de la señal demodulada.
- Si el demodulador deja pasar frecuencias entre 0 y ω_m, se puede calcular la potencia del ruido demodulado.

6.8 Razón señal a ruido



$$S_{n_0}(\omega) = \frac{\eta\omega^2}{A^2}$$

$$N_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\omega_m} 2\frac{\eta\omega^2}{A^2}\,d\omega = \frac{\eta\omega_m{}^3}{3\pi A^2}$$

$$S_0 = k_f{}^2\,\overline{f^2(t)}$$

Si f(t) senoidal: $f(t) = a\cos(\omega_m t), \quad \Delta\omega = ak_f$

$$\Rightarrow \frac{S_0}{N_0} = \frac{3\pi A^2 k_f{}^2\,\overline{f^2(t)}}{\eta\omega_m{}^3} = \frac{3\pi A^2(\Delta\omega)^2}{2\eta\omega_m{}^3} = \frac{3\pi A^2\beta^2}{2\eta\omega_m}$$

6.8 Razón señal a ruido

$$\left(\frac{S_0}{N_0}\right)_{FM} = \frac{3\pi A^2 \beta^2}{2\eta\omega_m}$$

- Podemos calcular la razón S/N para AM:

$$N_{0\,AM} = \frac{1}{2\pi}\int_{\omega_c-\omega_m}^{\omega_c+\omega_m} 2\frac{\eta}{2}\,d\omega = \frac{\eta\omega_m}{\pi},\quad S_{0\,FM} = \frac{A^2}{2} = \text{Potencia de la portadora}$$

$$\left(\frac{S_0}{N_0}\right)_{AM} = \frac{\pi A^2}{2\eta\omega_m}$$

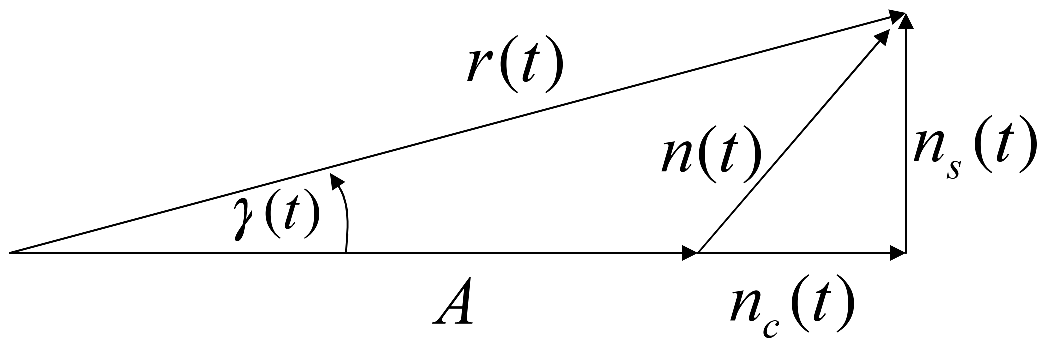
$$\Rightarrow \left(\frac{S_0}{N_0}\right)_{FM} = 3\beta^2\left(\frac{S_0}{N_0}\right)_{AM}$$

En AM, la amplitud de la señal es aproximadamente igual a la de la portadora (un poco menor)

6.9 Efecto umbral

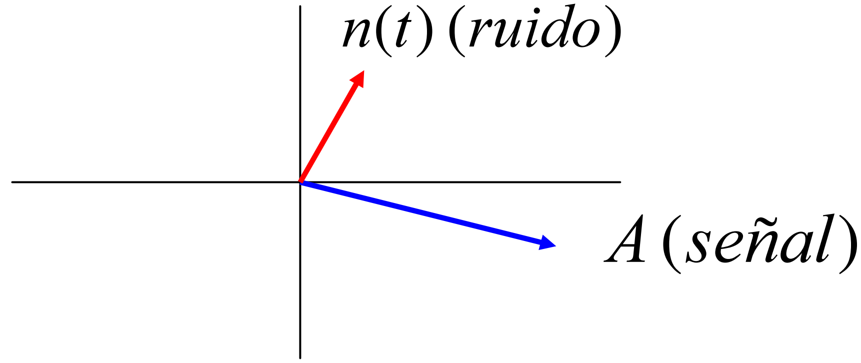
- La señal junto con el ruido se puede modelar como:

$$\phi_{FM} = A\cos(\omega_c t) + n_c(t)\cos(\omega_c t) + n_s(t)sen(\omega_c t)$$



- La señal A es la contribución de la señal a la fase. n(t) es la contribución del ruido a la fase. La señal que se demodula tiene ángulo γ(t)
- Las señales A y n(t) se pueden dibujar como fasores:

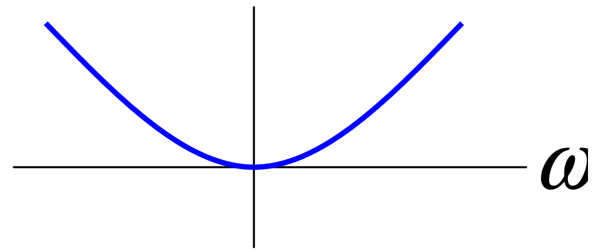
6.9 Efecto umbral



- La fase total es la fase de la suma de las dos señales.
  - Si $|A| > |n(t)|$, A fija el ángulo.
  - Si $|A| = |n(t)|$, ambos influyen.
  - Si $|A| < |n(t)|$, n(t) fija el ángulo.
- Cuando el ruido se acerca al umbral $|\alpha(t)| = |\gamma(t)|$, la señal se deteriora gravemente al ser demodulada

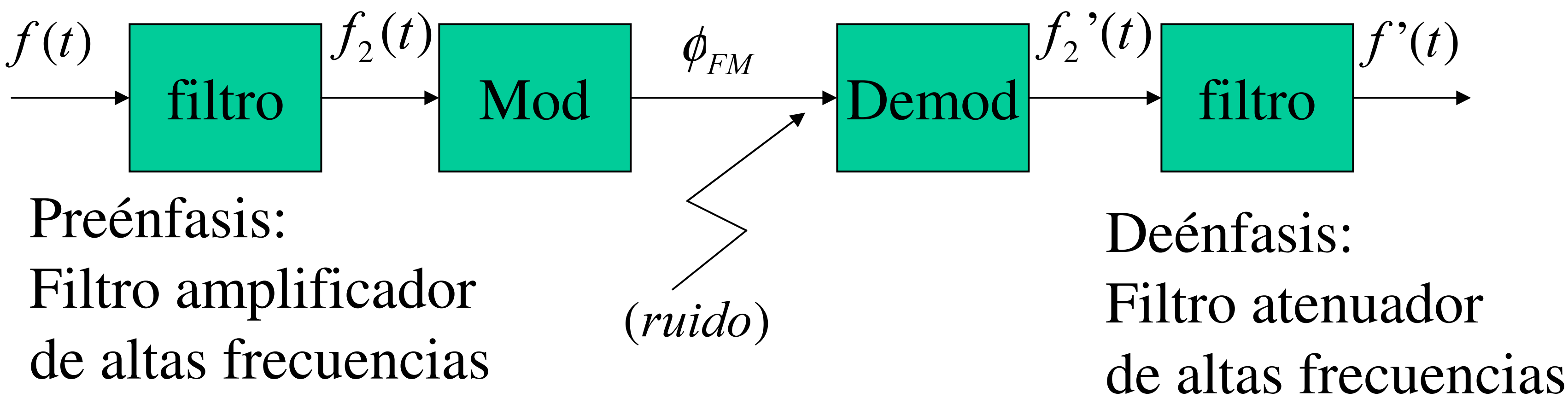
6.10 Uso de deénfasis

$$S_{n_0}(\omega) = \frac{\eta\omega^2}{A^2}$$



- Si se suma ruido blanco a una señal FM y luego se demodula, en la señal de salida el ruido aparece en las altas frecuencias.
- Para paliar este efecto, se suele usar un filtro para amplificar las altas frecuencias <u>antes</u> de modular, y se usa otro filtro para atenuar las altas frecuencias <u>después</u> de demodular.

6.10 Uso de deénfasis



- Aunque en $f_2'(t)$ el ruido afecta especialmente las altas frecuencias, en f'(t) no lo hace debido al filtro atenuador.