Análisis de Señales

Capítulo VII: Señales digitales

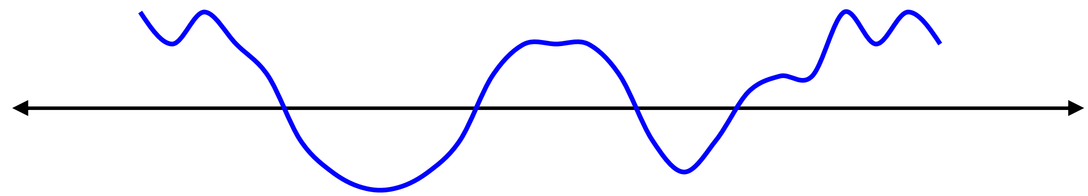
Profesor: Néstor Becerra Yoma

7.1 Características de las señales digitales

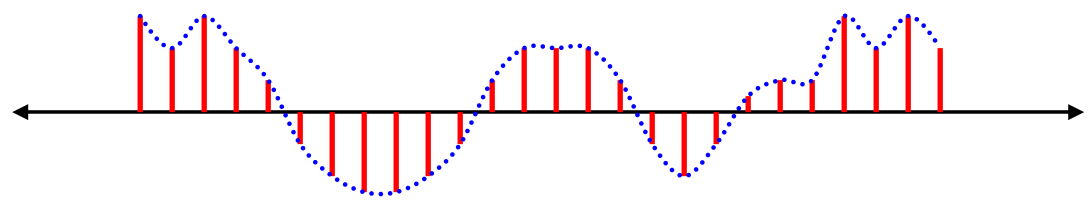
- Señales digitales, idea: señales que toman valores en tiempos discretos (mediante muestreo) y en amplitudes discretas, codificada en bits
- Para producirlas es necesario:
  - Tomar muestras de la señal
  - Cuantizar la amplitud de la señal
  - Codificar la señal

7.1 Características de las señales digitales

Señal continua



Señal de tiempo discreto



Señal cuantizada con 5 posibles valores

7.1 Características de las señales digitales

- Al transformar una señal de tiempo discreto en una señal digital se comete un error de aproximación => error de cuantización
- Las señales continuas que se transforman a tiempo discreto pueden ser reconstruidas sin error si se cumple la condición para el teorema del muestreo:

$$f_{MAXse\tilde{n}al} \leq \frac{f_{MUESTREO}}{2}$$

- Las señales continuas que se transforman en digitales no pueden ser reconstruidas sin error

7.1 Características de las señales digitales

- Ventajas de la transmisión digital:
  - Robustez al ruido (el ruido debe ser grande para que se cometa un error)
  - Procesamiento digital y multicanalización
  - Sencillas de medir y evaluar
  - Facilidad para medir rendimiento y tasas de error
  - Pueden ser almacenadas con facilidad

7.1 Características de las señales digitales

- Desventajas
  - Conversión digital/análoga, conversión análoga/digital y procesamiento digital conllevan retrasos
  - La conversión A/D introduce un ruido de cuantización
  - Se necesita sincronización
  - Incompatibilidad con sistemas analógicos

7.1 Características de las señales digitales

- En las próximas transparencias se verá un repaso de sistemas de tiempo discreto para luego ver cada una de las etapas necesarias para producir la señal digital:
  - Muestreo (usando modulación PAM)
  - Cuantización
  - Codificación

7.2 Sistemas de tiempo discreto

- Un sistema de tiempo discreto toma como entrada una secuencia de valores x(t) y entrega como salida otra secuencia y(t)
- Los sistemas de tiempo discreto se pueden expresar mediante ecuaciones de diferencias, por ejemplo:

$$y(t) = x(t) + x(t-1)$$

$$y(t) = y(t-1) + 2x(t)$$

$$y(t) = y^2(t-2) - t \times y(t-3) + x(t-1)$$

7.2 Sistemas de tiempo discreto

En un sistema causal, la salida actual no puede depender de las entradas futuras. Por ejemplo, el siguiente sistema no es causal:

$$y(t) = x(t+1) + 2x(t) + x(t-1)$$

- En un sistema no-causal, la salida puede aparecer antes de que se aplique la entrada => no pueden implementarse en “tiempo real”

7.2 Sistemas de tiempo discreto

- Los sistemas de tiempo discreto lineales se pueden caracterizar mediante su respuesta al impulso discreto, el que se define como:

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$

- En base al tipo de respuesta al impulso que presenten, se pueden clasificar como FIR o IIR

7.2 Sistemas de tiempo discreto

- Filtros FIR: presentan una respuesta al impulso de duración temporal finita, ej:

$$y(t) = x(t) + 0.6x(t-1) - 0.2x(t-2)$$

- En este tipo de filtros, la salida se calcula a partir de las entradas actual y anteriores, pero <u>no</u> a partir de las salidas anteriores

7.2 Sistemas de tiempo discreto

- Filtros IIR: presentan una respuesta al impulso de duración temporal infinita, ej:

$$y(t) = x(t) + 0.5y(t-1)$$

- En este tipo de filtros, la salida actual se calcula a partir de las salidas anteriores y de las entradas actual y anteriores.

7.2 Sistemas de tiempo discreto

- Ejemplo: Calcular la respuesta al impulso del sistema:

$$y(t) = x(t) - 0.4x(t-1) + 0.2x(t-2)$$

- Solución:

$$t = 0 \qquad y(0) = \delta(0) - 0.4\delta(-1) + 0.2\delta(-2) = 1$$

$$t = 1 \qquad y(1) = \delta(1) - 0.4\delta(0) + 0.2\delta(-1) = -0.4$$

$$t = 2 \qquad y(2) = \delta(2) - 0.4\delta(1) + 0.2\delta(0) = 0.2$$

$$t = 3 \qquad y(3) = \delta(3) - 0.4\delta(2) + 0.2\delta(1) = 0$$

7.2 Sistemas de tiempo discreto

$$\Rightarrow h(0) = 1\,,\;\; h(1) = -0.4\,,\;\; h(2) = 0.2$$

$$h = \{\, 1\,, -0.4\,, 2\,\}$$

- En este caso, como el filtro es FIR, la respuesta al impulso vale cero para todo t, excepto t=0, t=1 y t=2.
- Si se conoce la respuesta al impulso de un filtro, es posible calcular su salida ante cualquier entrada que se desee.

7.2 Sistemas de tiempo discreto

- La salida del filtro ante una secuencia de entrada x(t) puede calcularse mediante una convolución:

$$y(t) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} x(t-\tau)h(\tau) = x * h$$

- En el caso de filtros FIR, sólo es necesario hacer la convolución en los τ para los cuales $h(\tau) \neq 0$
- La convolución tiene algunas propiedades:

$$f * g = g * f \qquad f * (g+h) = f * g + f * h$$

$$(f * g) * h = f * (g * h) = f * g * h$$

7.2 Sistemas de tiempo discreto

- Ejemplo: Calcular la salida del sistema FIR anterior si la entrada es la secuencia {1,2,1,0,0,...}

Sistema: $h(0)=1,\ h(1)=-0.4,\ h(2)=0.2$

Entrada: $x(0)=1,\ x(1)=2,\ x(2)=1$

$$y(0)=x(0-0)h(0)+x(0-1)h(1)+x(0-2)h(2)=0$$

$$=1*(1)+0*(-0.4)+0*(0.2)=1$$

$$y(1)=x(1-0)h(0)+x(1-1)h(1)+x(1-2)h(2)=$$

$$=2*(1)+1*(-0.4)+0*(0.2)=1.6$$

7.2 Sistemas de tiempo discreto

Sistema: $h(0)=1\,,\;\; h(1)=-0.4\,,\;\; h(2)=0.2$

Entrada: $x(0)=1\,,\;\; x(1)=2\,,\;\; x(2)=1$

$$y(2)=x(2-0)h(0)+x(2-1)h(1)+x(2-2)h(2)=$$

$$=1*(1)+2*(-0.4)+1*(0.2)=0.4$$

$$y(3)=x(3-0)h(0)+x(3-1)h(1)+x(3-2)h(2)=$$

$$=0*(1)+1*(-0.4)+2*(0.2)=0$$

$$y(4)=x(4-0)h(0)+x(4-1)h(1)+x(4-2)h(2)=$$

$$=0*(1)+0*(-0.4)+1*(0.2)=0.2$$

7.2 Sistemas de tiempo discreto

Sistema: $h(0) = 1\,,\;\; h(1) = -0.4\,,\;\; h(2) = 0.2$

Entrada: $x(0) = 1\,,\;\; x(1) = 2\,,\;\; x(2) = 1$

Salida: $y = \{1\,, 1.6\,, 0.4\,, 0\,, 0.2\,, 0\,, 0\,, 0\,, \ldots\}$

- Como el sistema es FIR, si la entrada es de duración temporal finita, la salida también lo es.

7.2 Sistemas de tiempo discreto

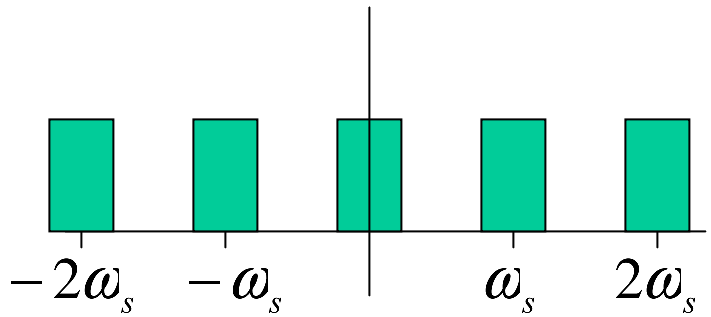
- Para representar funciones de transferencia de sistemas discretos se puede usar la transformada Z
- La función de transferencia H(z) es la transformada Z de la respuesta al impulso.

$$H(z) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k) z^{-k}$$

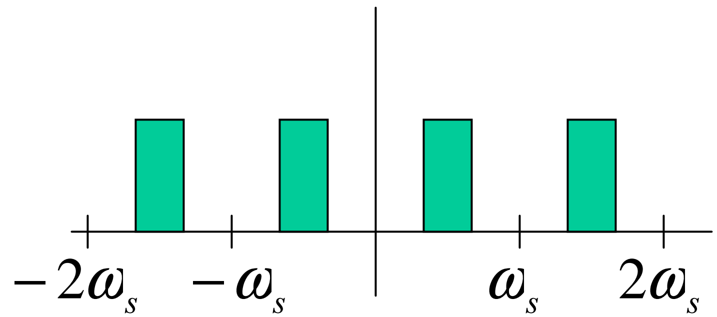
- También se puede calcular H(z) aplicando la transformada Z a la ecuación de diferencias.
- Recuerdo: Z{x(t+1)} = z*(Z{x(t)} - x(0))

7.2 Sistemas de tiempo discreto

- La función de transferencia permite calcular la respuesta en frecuencia del filtro discreto al hacer z = $e^{j\omega T_s}$, donde T_s es el período de muestreo
- Se debe notar que la respuesta en frecuencia $H(e^{j\omega T_s})$ es periódica, ya que $e^{j\omega T_s}$ también lo es.
- Para ver si un filtro es pasabajos o pasaaltos, conviene fijarse sólo en $\omega \in [-\omega_s/2\,,\ \omega_s/2]$



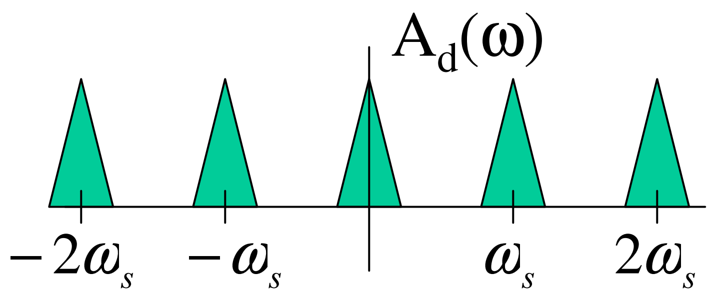
Filtro pasa bajos



Filtro pasa altos

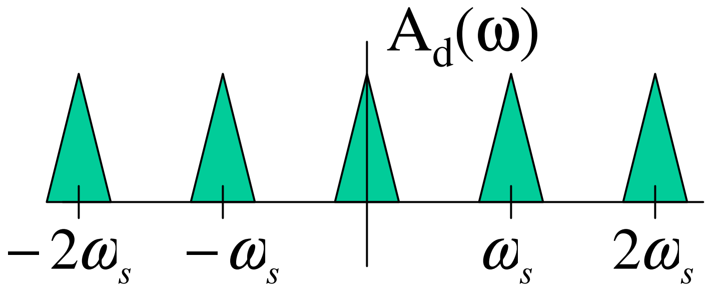
7.2 Sistemas de tiempo discreto

- Método de la serie de Fourier para aproximar filtros FIR:
  - Se desea obtener un filtro FIR que tenga una respuesta en frecuencia aproximadamente igual a una dada.



  - Para lograr esto, es posible aprovechar el hecho de que la respuesta en frecuencia es periódica.

7.2 Sistemas de tiempo discreto



$$\frac{2\pi}{\omega_s} = T_s$$

– El espectro tiene periodo ω_s. Luego, es posible obtener una expansión en serie de Fourier:

$$C_m = \frac{2}{\omega_s}\int_0^{\omega_s/2} A_d(\omega)\cos(mT_s\omega)d\omega$$

$$A(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m e^{jmT_s\omega}$$

7.2 Sistemas de tiempo discreto

– Se puede realizar el cambio de variables $e^{j\omega T_s} = z$

$$A(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m z^m$$

– Como se desea obtener un filtro FIR, se toman sólo los términos con m entre –M y M

$$A(z) = \sum_{m=-M}^{M} C_m z^m$$

7.2 Sistemas de tiempo discreto

– Por último, para que el filtro sea causal, se multiplica lo anterior por z^{-M}:

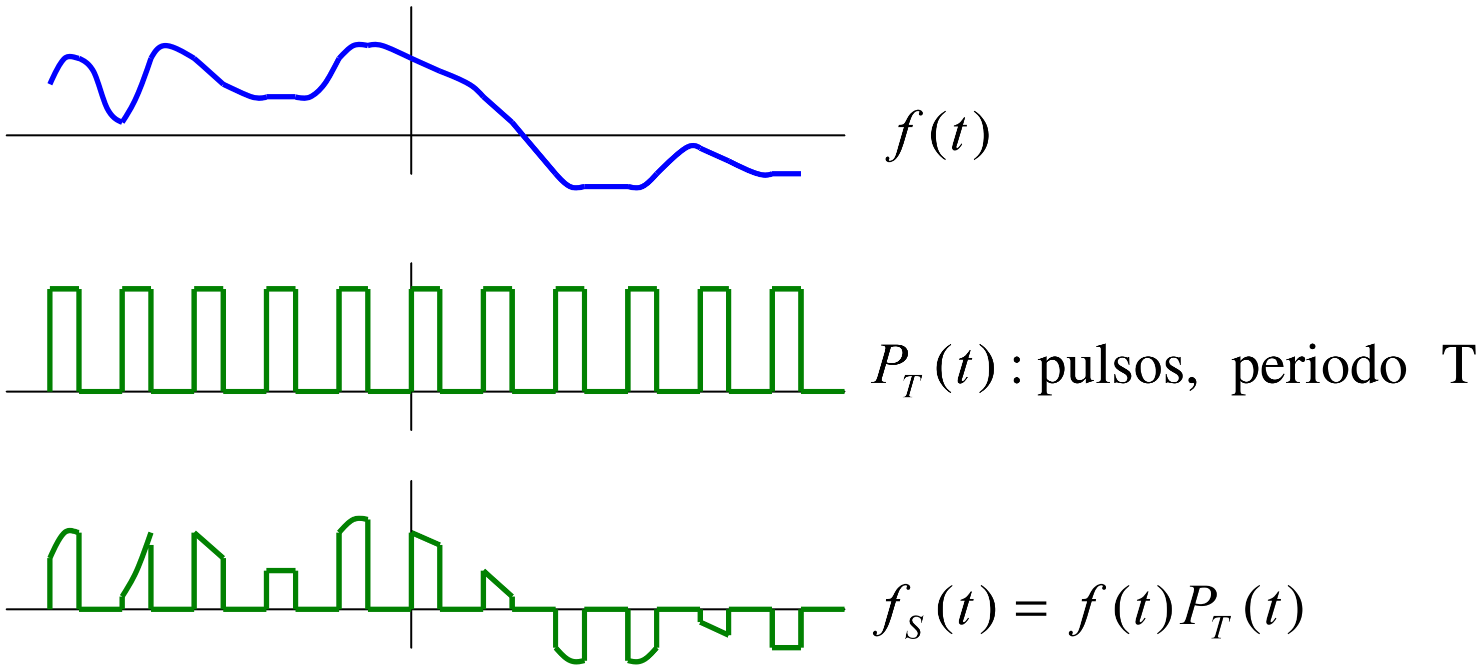
$$H(z) = \sum_{m=-M}^{M} C_m z^{m-M} = \sum_{i=0}^{2M} C_{M-i} z^{-i} \qquad m = M - i\,,\ i = m + M$$

– Esta expresión corresponde al siguiente filtro FIR:

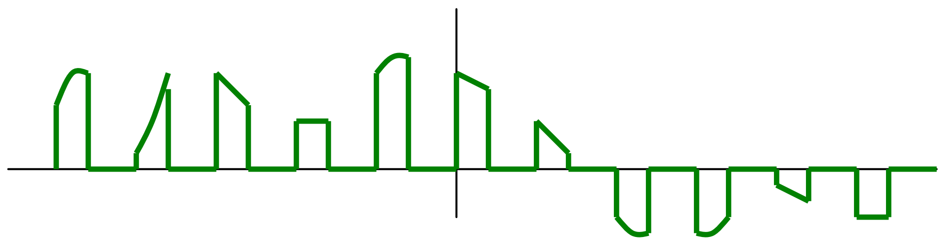
$$y(t) = C_M x(t) + C_{M-1} x(t-1) + \ldots + C_{-M} x(t-2M)$$

7.3 Modulación PAM

- En el capítulo III se vio una primera aproximación al muestreo: la multiplicación por un tren de pulsos



7.3 Modulación PAM

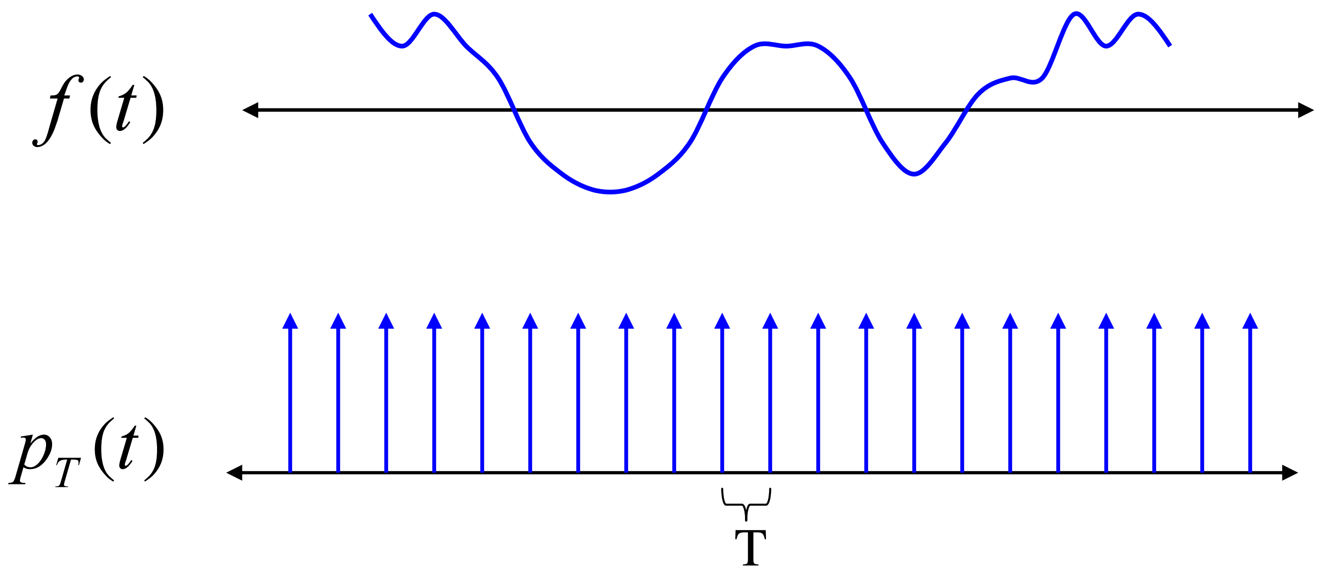


$$f_S(t) = f(t)P_T(t)$$

- Desventaja: Cada pulso no tiene amplitud constante, lo que no es parecido al resultado de una conversión A/D, D/A
- Solución: modulación PAM: usa pulsos planos
- PAM: pulse amplitude modulation (modulación por amplitud de pulsos) permite modelar de mejor forma la transformación A/D

7.3 Modulación PAM

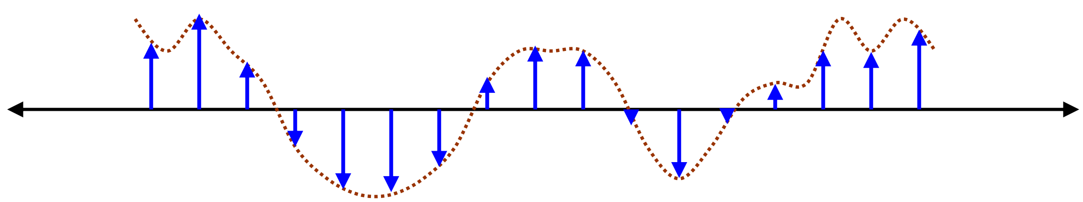
- Forma de producir modulación PAM: Se tiene una señal f(t) y un tren de impulsos $p_T(t)$



7.3 Modulación PAM

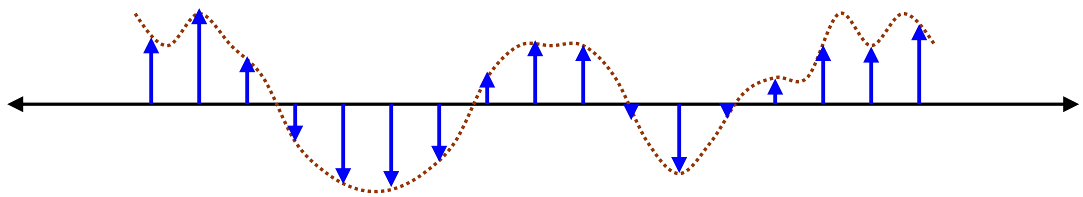
- El primer paso es multiplicar estas 2 señales, con lo que se obtiene un <u>muestreo ideal</u> de la señal f(t), es decir, un muestreo donde el pulso (impulso) es infinitamente delgado

$$f_s(t) = f(t)\,p_T(t)$$



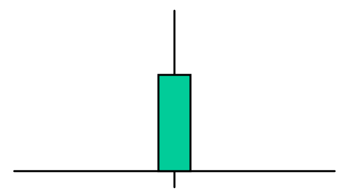
7.3 Modulación PAM

$$f_s(t) = f(t)\,p_T(t)$$



- A continuación elegimos la forma de pulso que deseamos producir (en este caso rectangular). La llamamos q(t)

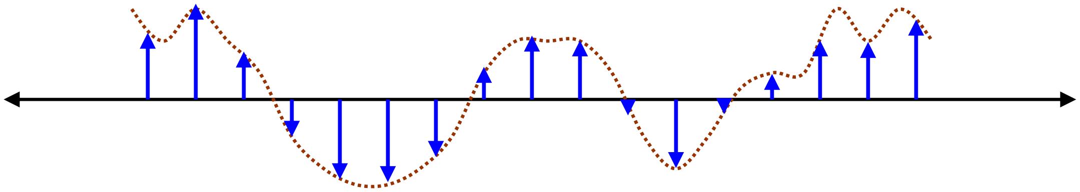
$q(t)$



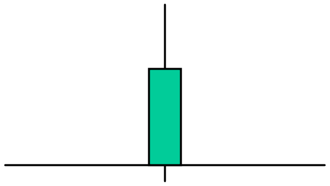
- Para producir el tren de pulsos de debe hacer una convolución entre $f_S(t)$ y q(t):

7.3 Modulación PAM

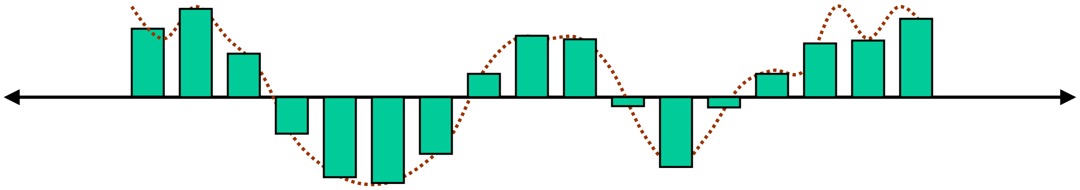
$$f_s(t) = f(t)\,p_T(t)$$



$$q(t)$$

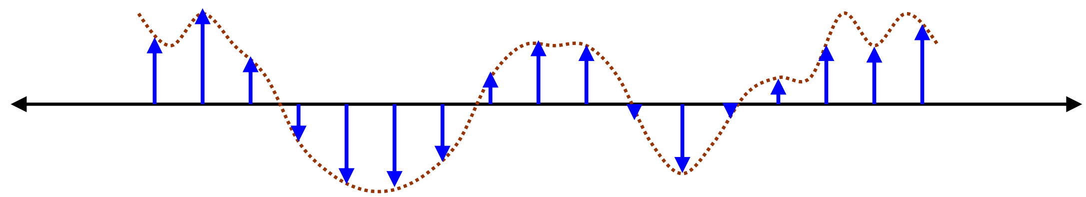


$$f_s(t) * q(t)$$
$$= f_{PAM}(t)$$

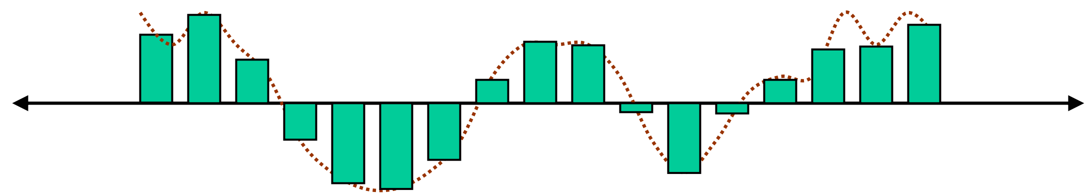


7.3 Modulación PAM

$$f_s(t) = f(t)\,p_T(t)$$



$$f_{PAM}(t)$$



$$f_{PAM}(t) = \big(f(t)\,p_T(t)\big) * q(t)$$

$$f_{PAM}(t) = \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT)\,\delta(t - nT) \right) * q(t)$$

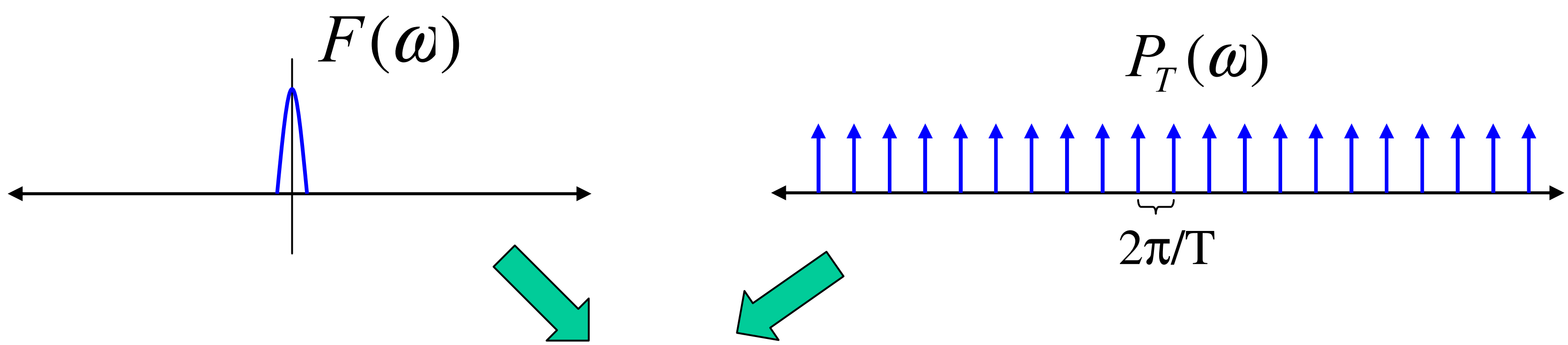
$$f_{PAM}(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} f(nT)\,q(t - nT)$$

=> Resultado en el dominio del tiempo

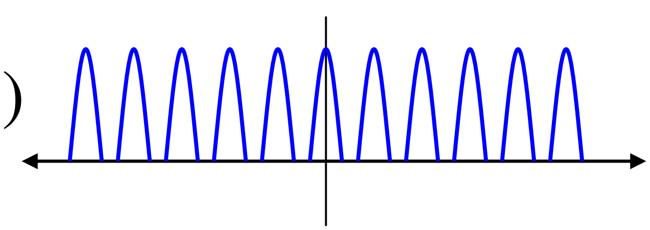
Pulsos planos

7.3 Modulación PAM

- Ahora en el dominio de la frecuencia:
  - Se tiene una señal F(ω) y se multiplica en el dominio del tiempo por un tren de impulsos => convolución en el dominio de la frecuencia



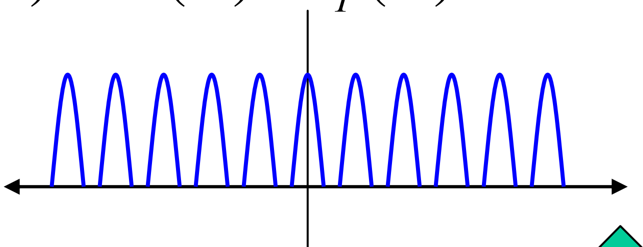
$$F_s(\omega) = F(\omega) * P_T(\omega)$$



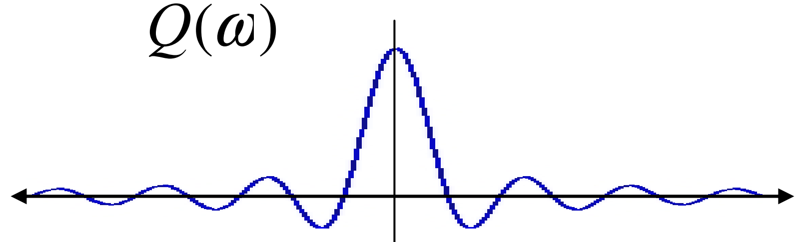
7.3 Modulación PAM

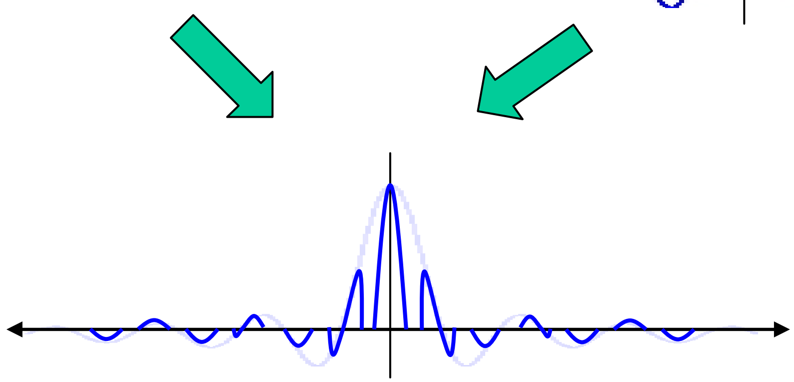
- Esta última señal es convolucionada en el dominio del tiempo con la forma de pulso q(t) => multiplicación en el dominio de la frecuencia

$$F_s(\omega) = F(\omega) * P_T(\omega)$$



$$Q(\omega)$$



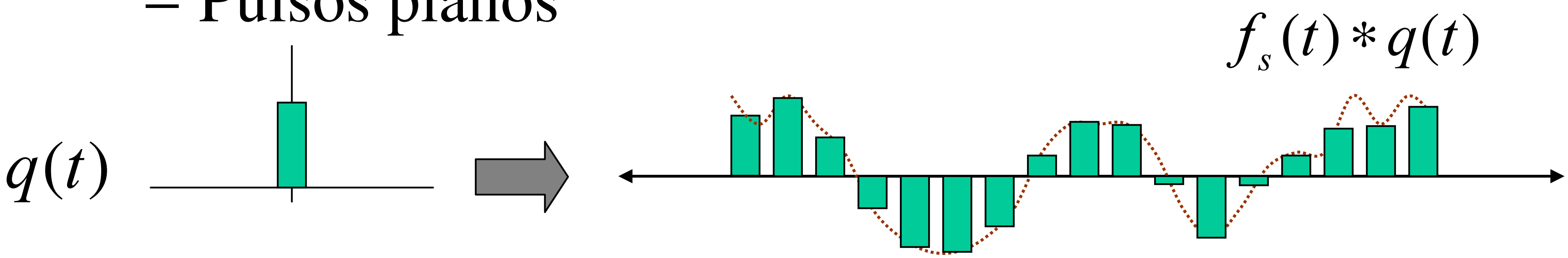


$$\left(F(\omega) * P_T(\omega)\right)Q(\omega)$$

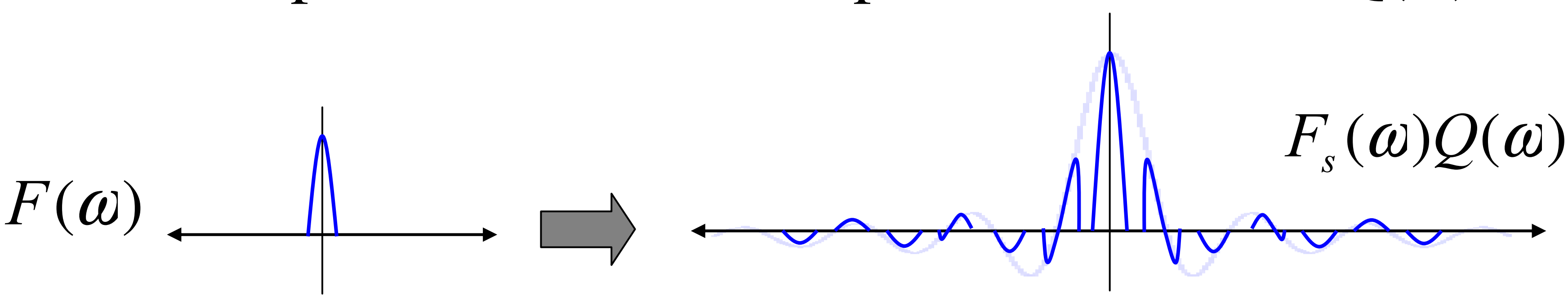
$$= \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} F\left(\omega - n\frac{2\pi}{T}\right)Q(\omega)$$

7.3 Modulación PAM

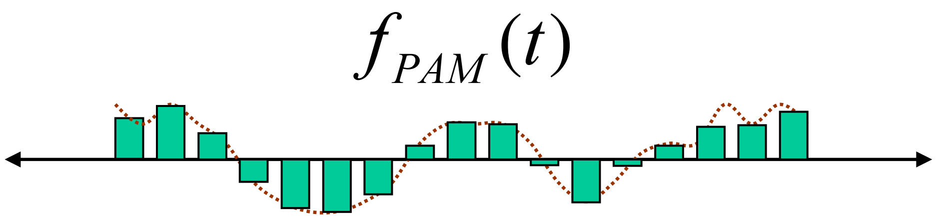
- En el dominio del tiempo:
  - Pulsos planos

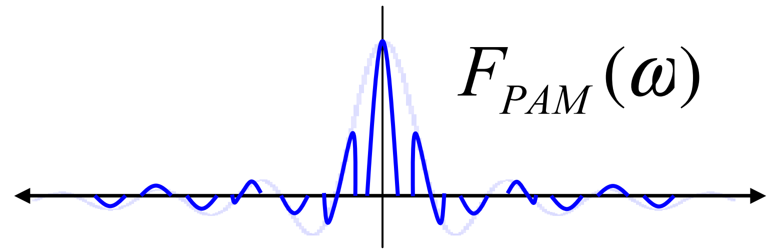


- En el dominio de la frecuencia:
  - Espectro distorsionado por la envolvente Q(ω)

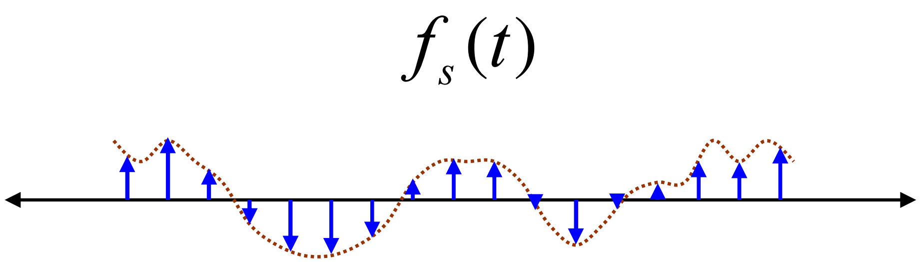


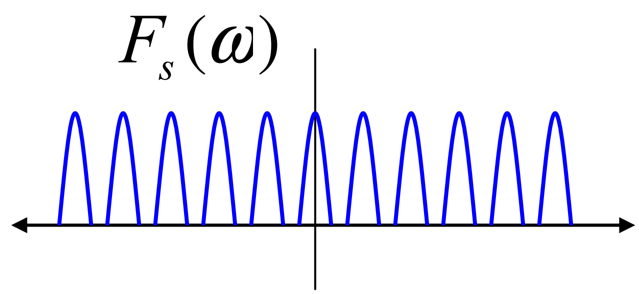
7.3 Modulación PAM





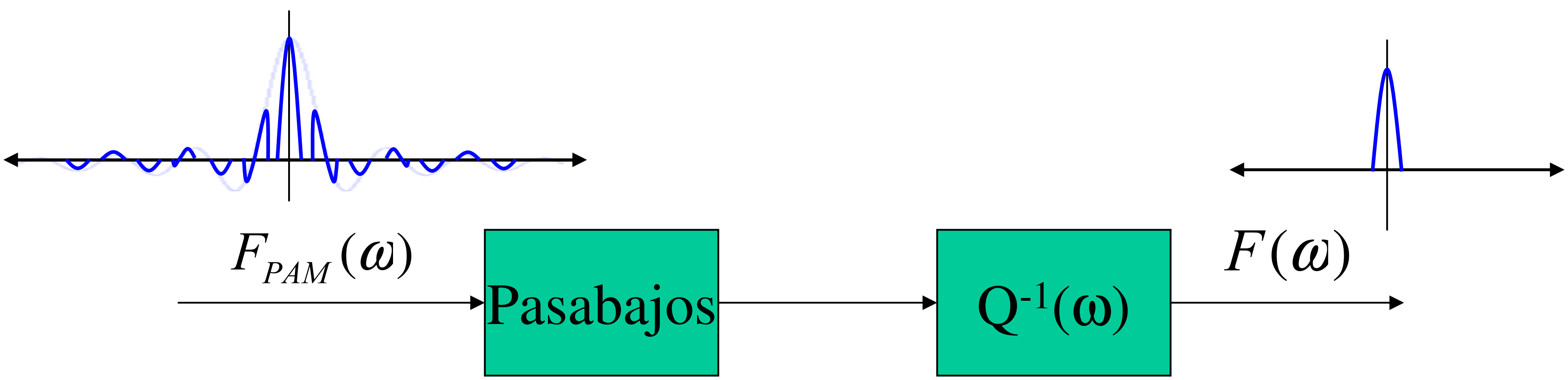
- A medida que el ancho de pulso se vuelve más delgado, la distorsión en el espectro $F_{PAM}(\omega)$ se vuelve menor. En el límite se llega al muestreo ideal:





7.3 Modulación PAM

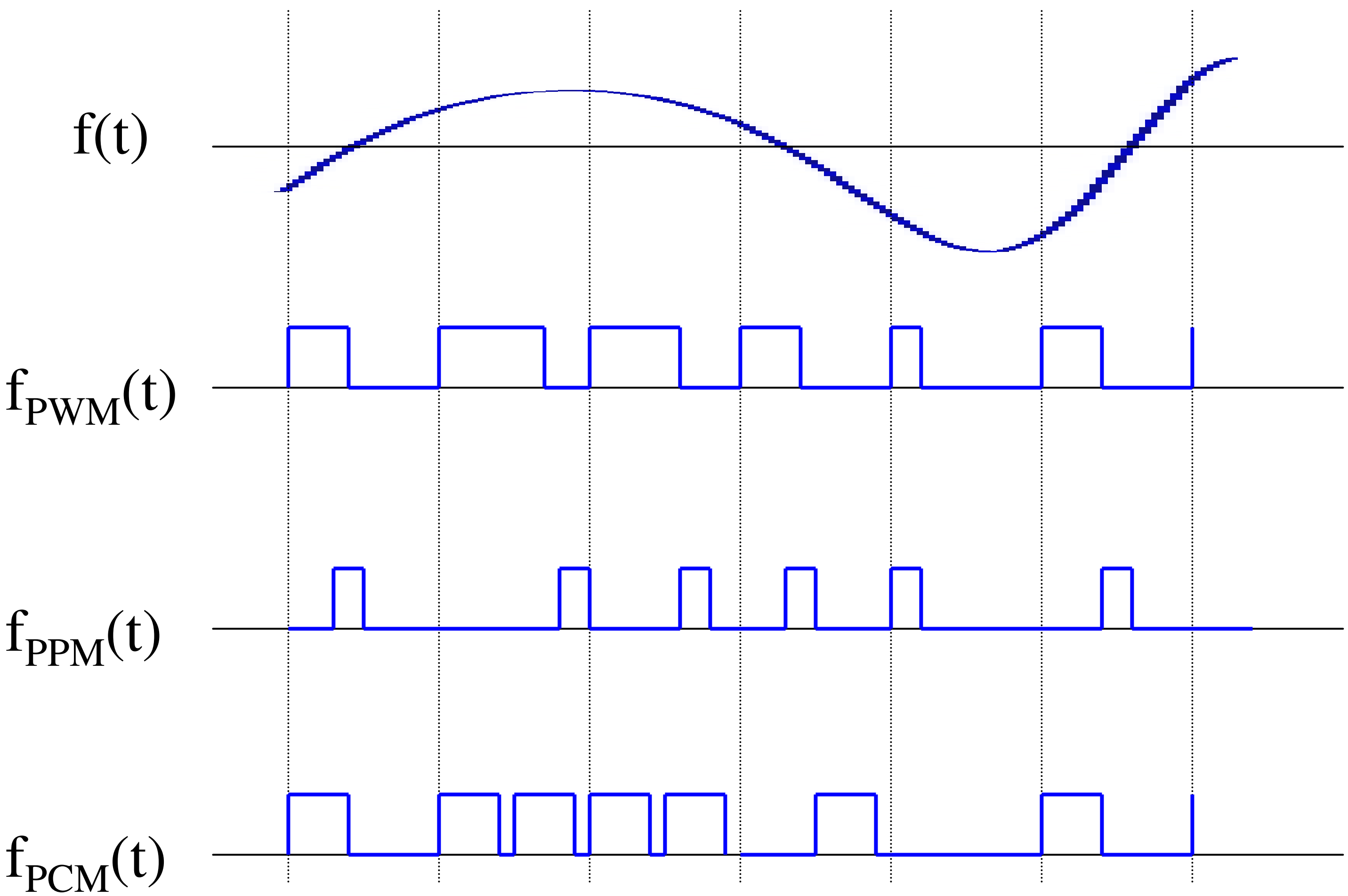
- Demodulación PAM: Para lograr una demodulación PAM exacta se necesita:
  - Filtrar pasabajos para eliminar “copias” del espectro
  - Filtrar con $Q^{-1}(\omega)$ para revertir la distorsión sufrida por el espectro central



7.4 Otras modulaciones de pulso

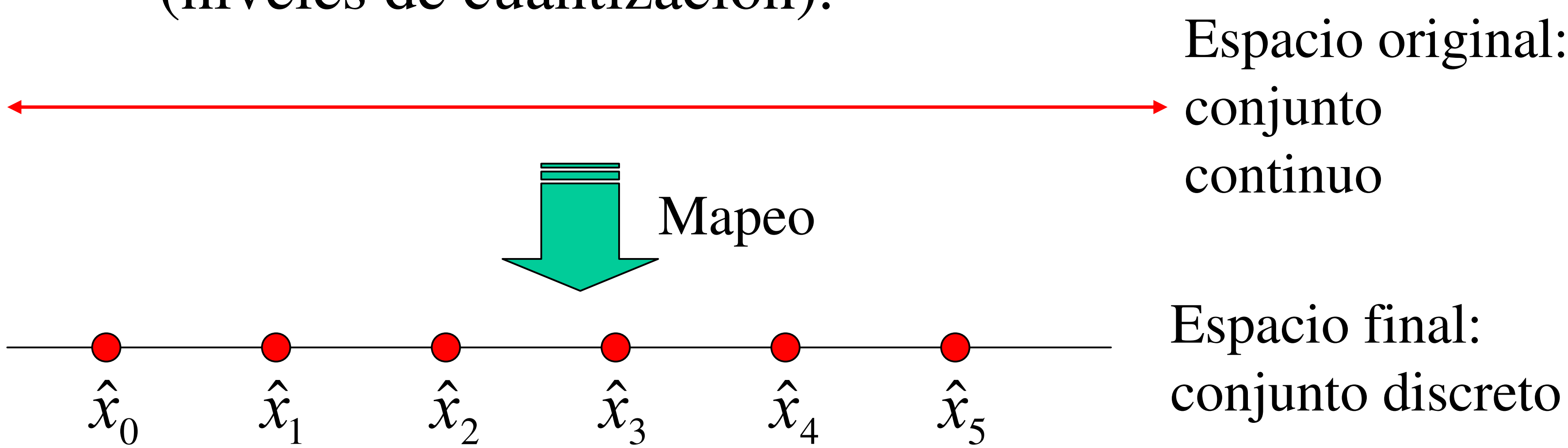
- PWM: modulación por ancho de pulso
  - Se produce un tren de pulsos. El ancho de cada pulso dentro de una ranura de tiempo de ancho fijo es proporcional a la amplitud de la señal original
  - Se usa para controlar motores de corriente continua
- PPM: modulación por posición de pulso
  - La posición de un pulso (de ancho constante) dentro de una ranura de tiempo de ancho fijo varía proporcionalmente a la amplitud de la señal
- PCM: modulación por código de pulsos (bits)
  - a cada nivel de cuantización le es asignado un código (nº binario) de largo fijo.

7.4 Otras modulaciones de pulso



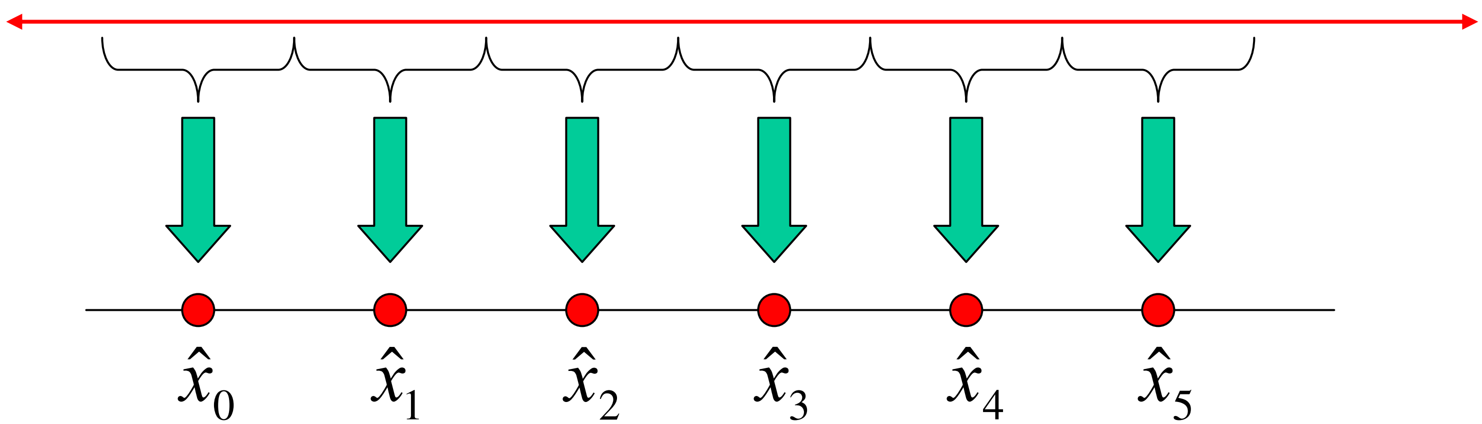
7.5 Cuantización

- Para digitalizar una señal, una vez que la señal ha sido muestreada, se debe aplicar el siguiente paso: la cuantización
- La cuantización es una transformación no lineal que consiste en mapear todas las amplitudes posibles de la señal a un conjunto finito de valores (niveles de cuantización).



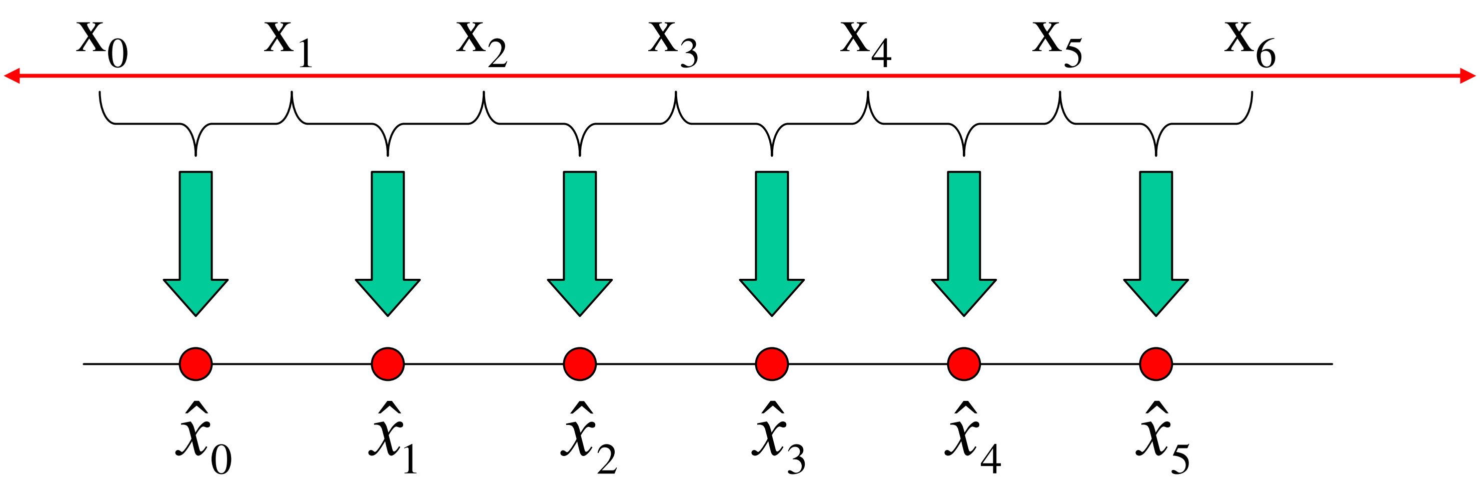
7.5 Cuantización

- Cada nivel de cuantización se transforma en un representante de un cierto sector (intervalo) del espacio original.



- Los límites entre las zonas indicadas se llaman niveles de decisión y se denominan x_0, x_1, etc.

7.5 Cuantización



- Luego, los intervalos están dados por:

$$I_k = \{x \mid x_k < x < x_{k+1}\}$$

- Cualquier elemento x del conjunto original que se encuentre dentro de I_k será aproximado por $\hat{x}_k$

7.5 Cuantización

- El cuantizador más común es el *cuantizador lineal o uniforme*. Se caracteriza porque todos los intervalos son iguales. Está definido por:

$$\hat{x}_{k+1} - \hat{x}_k = \Delta$$

$$\mathrm{x}_{k+1} - \mathrm{x}_k = \Delta$$

- Δ corresponde al ancho de los intervalos (paso del cuantizador).
- El error de cuantización está limitado por:

$$-\frac{\Delta}{2} < e_q \leq \frac{\Delta}{2}$$

7.5 Cuantización

- La relación anterior no es válida si el rango dinámico de la señal es mayor que el rango del cuantizador (en este caso, el error puede ser mayor)
- El codificador asigna un número binario único a cada nivel de cuantización. Luego, se requieren a lo menos tantos números binarios distintos como niveles de cuantización hayan
- Con b bits se pueden representar 2^b niveles.

7.5 Cuantización

- Luego, si se tienen L niveles de cuantización, se debe elegir el mínimo b tal que $2^b \geq L$ o, equivalentemente, $b \geq \log_2 L$
- Si se usan b bits, la resolución o paso del cuantizador está dado por:

$$\Delta = \frac{R}{2^b}$$

- R: rango del cuantizador

7.5 Cuantización

- Ejemplo: Se tiene la siguiente señal muestreada:
  - f(t)={ -2 , -1 , 0 , 1.2 , 1.8 , 2}
- Se tiene un cuantizador lineal de 4 bits con rango [-2, 2].
- Encontrar la salida del cuantizador
  - Solución: El número de niveles N está dado por:

$$N = 2^{n^\circ de\, bits} = 2^4 = 16$$

  - Luego, los niveles posibles son n=0,1,...,15.

7.5 Cuantización

- El rango del cuantizador es $f \in [-2,2]$
- Los niveles son n=0, 1, ..., 15
- El nivel 0 debe corresponder a f = –2, y el nivel 15 debe corresponder a f = 2

$n = a * f + b$ Ecuación “de la recta”, se fija con 2 puntos

$$(n = 0,\ f = -2):\ 0 = a(-2) + b \Rightarrow b = 2a$$

$$(n = 15,\ f = 2): 15 = a(2) + b \Rightarrow a = \frac{15}{4} \Rightarrow b = \frac{15}{2}$$

$$n = \frac{15}{4} f + \frac{15}{2} \quad \Rightarrow \quad n = 3.75 f + 7.5$$

7.5 Cuantización

$$n = 3.75f + 7.5$$ f(t)={ -2 , -1 , 0 , 1.2 , 1.8 , 2 }

- Luego, para cada f (t) se debe calcular su n

Valor de f	Valor de n	Aproximar a
$f = -2$	$n = 3.75(-2) + 7.5 = 0$	$n = 0$
$f = -1$	$n = 3.75(-1) + 7.5 = 3.75$	$n = 4$
$f = 0$	$n = 3.75(0) + 7.5 = 7.5$	$n = 8$
$f = 1.2$	$n = 3.75(1.2) + 7.5 = 12$	$n = 12$
$f = 1.8$	$n = 3.75(1.8) + 7.5 = 14.25$	$n = 14$
$f = 2$	$n = 3.75(2) + 7.5 = 15$	$n = 15$

7.6 Error de Cuantización

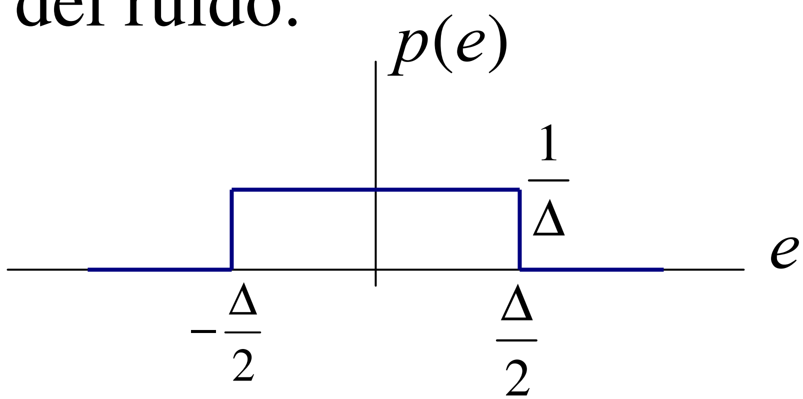
- Error de cuantización depende de la señal => es difícil obtener una expresión analítica salvo en casos sencillos:
- Se asumirá que el error de cuantización es aleatorio, se modela como un ruido sumado a la señal original.
- Δ corresponde al ancho de los intervalos (paso del cuantizador).
- Se usan n bits para codificar y el codificador es lineal.

7.6 Error de Cuantización

- Los supuestos son:
  - Error uniformemente distribuido: $-\frac{\Delta}{2} < e_q(n) < \frac{\Delta}{2}$
  - La secuencia de error $\{e_q(n)\}$ es ruido blanco estacionario, es decir, $e_q(n)$ y $e_q(m)$ no están correlacionados para n distinto de m
  - La secuencia de error $\{e_q(n)\}$ no está correlacionada con la secuencia de señal $\{f(n)\}$
  - La secuencia de la señal $\{f(n)\}$ es de media cero y estacionaria

7.6 Error de Cuantización

- Bajo los supuestos anteriores, es posible calcular la potencia del ruido:



$$P_n = \sigma_e{}^2 = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} e^2 p(e) de = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} e^2 \frac{1}{\Delta} de =$$

$$= \frac{1}{\Delta} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} e^2 de = \frac{\Delta^2}{12}$$

7.6 Error de Cuantización

- Tenemos las ecuaciones:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{dB} = 10\log\left(\frac{P_f}{P_n}\right)[dB] \qquad \Delta = \frac{R}{2^b} \qquad P_n = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{R^2}{12\times 2^{2b}}$$

- Al mezclarlas, se obtiene:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{dB} = 10\log P_f - 10\log P_n =$$

$$= 10\log P_f - 10\log R^2 + 10\log 12 + 20b\log 2$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{dB} = 10\log P_f - 20\log R + 10.79 + 6.02b[dB]$$

7.6 Error de Cuantización

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{dB} = \underbrace{10\log P_f}_{\text{Término que depende de la señal de entrada}} - \underbrace{20\log R}_{\text{Término que depende del rango del cuantizador}} + 10.79 + \underbrace{6.02b}_{\text{Término que depende del nº de bits usados}}[dB]$$

- Al agregar un bit extra al cuantizador se logra que la razón señal a ruido aumente en 6,02[dB]

$$+6{,}02[dB] = \times 2(potencia) = \times 4(amplitud\ RMS)$$

7.6 Error de Cuantización

- Casos particulares:
  - La señal de entrada tiene la máxima potencia posible:

$$P_f = \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{R^2}{4} \Rightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_{dB} = 4.8 + 6.02b\,[dB]$$

$\quad\hookrightarrow$ Amplitud máxima posible

  - Señal de entrada con distribución gaussiana (media cero y varianza $\sigma^2 = P_f$) , rango del cuantizador $R = 3\sigma$.

$$R = 3\sigma, P_f = \sigma^2 \Rightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_{dB} = 1.25 + 6.02b\,[dB]$$

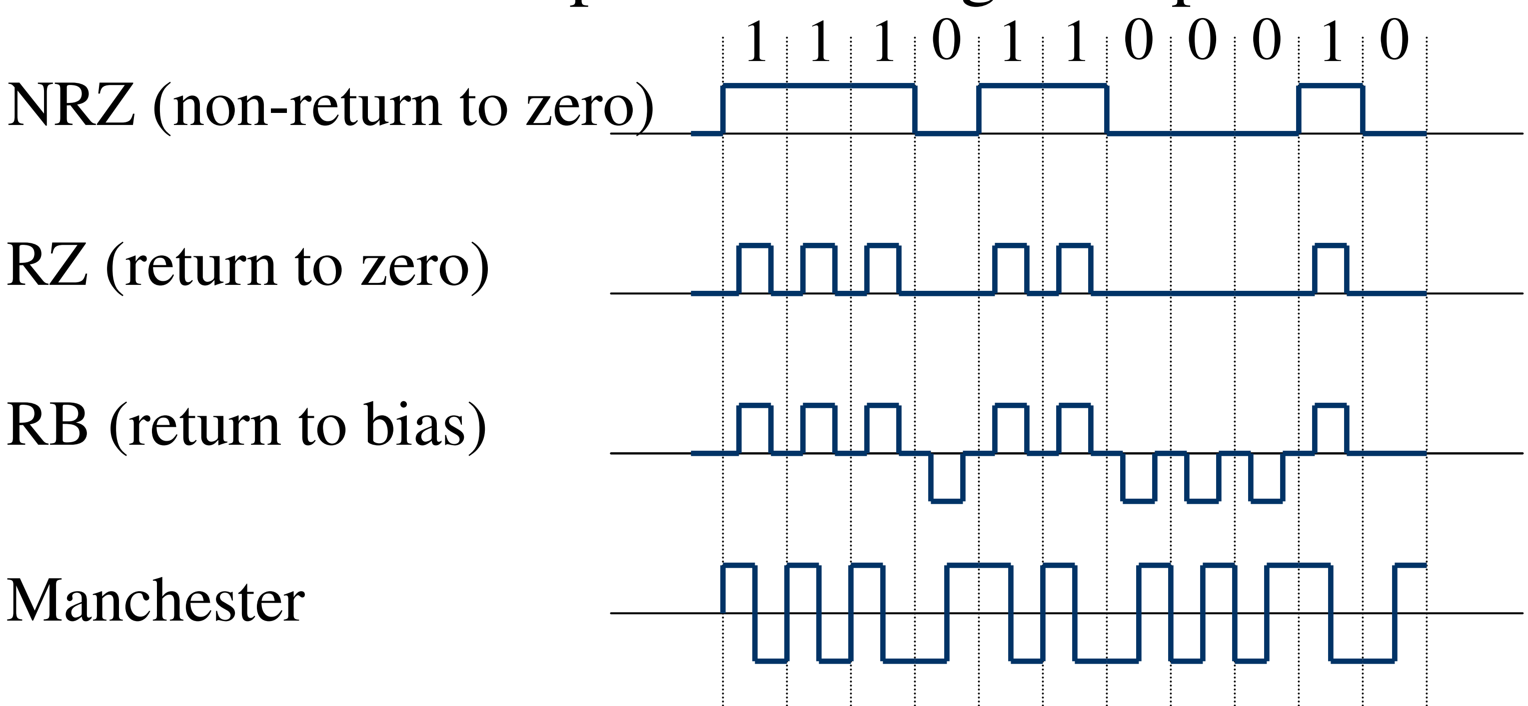
7.6 Error de Cuantización

- Casos particulares (cont.):
  - La señal de entrada es uniformemente distribuida entre –R/2 y R/2:

$$SNR = \left(\frac{S}{N} \right)_{dB} = 6.02b \, [\, dB \,]$$

7.7 Modulación digital

- Modulación PCM (pulse code modulation): Consiste en digitalizar la señal y luego codificar la salida como un tren de pulsos.
- Existen varios posibles códigos de pulsos a usar:



7.7 Modulación digital

- DPCM: PCM diferencial, se envía por el canal la diferencia entre muestras sucesivas.

$$f_{DPCM}(t) = f_{PCM}(t) - f_{PCM}(t-1)$$

- Ya no es necesario que la señal f(t) esté limitada a un rango fijo, pero su pendiente debe estar limitada a un rango R
- Si existe un error en la transmisión de un dato en un sistema DPCM, toda la señal después del error se verá afectada.

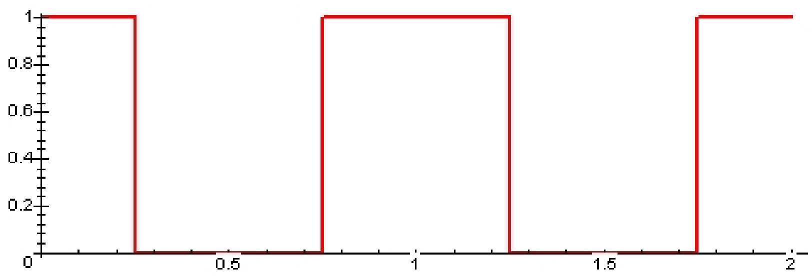
7.7 Modulación Delta

- Modulación delta (DM): es una variante de DPCM en la que sólo se usa un bit : 0 (la señal baja) o 1 (la señal sube)
- No se pueden transmitir valores constantes de forma exacta, la señal de salida “oscila” en torno a la constante. Si la oscilación es mayor que la máxima frecuencia de f(t), entonces puede eliminarse con un pasabajos.

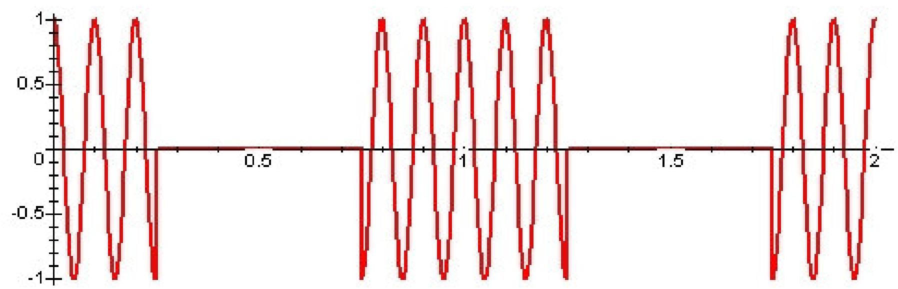
7.7 Modulación digital

- Las señales PCM pueden, además, ser moduladas usando AM, FM , etc. De este modo, se generan los siguientes modos de modulación:
  - Modulación ASK: La amplitud de la portadora depende del código PCM : $f_{ASK}(t) = f_{PCM}(t)\cos(\omega_c t)$
  - QASK o QAM: Se envían 2 señales en cuadratura

$$f_{QASK}(t) = f_{1PCM}(t)\cos(\omega_c t) + f_{2PCM}(t)\mathrm{sen}(\omega_c t)$$



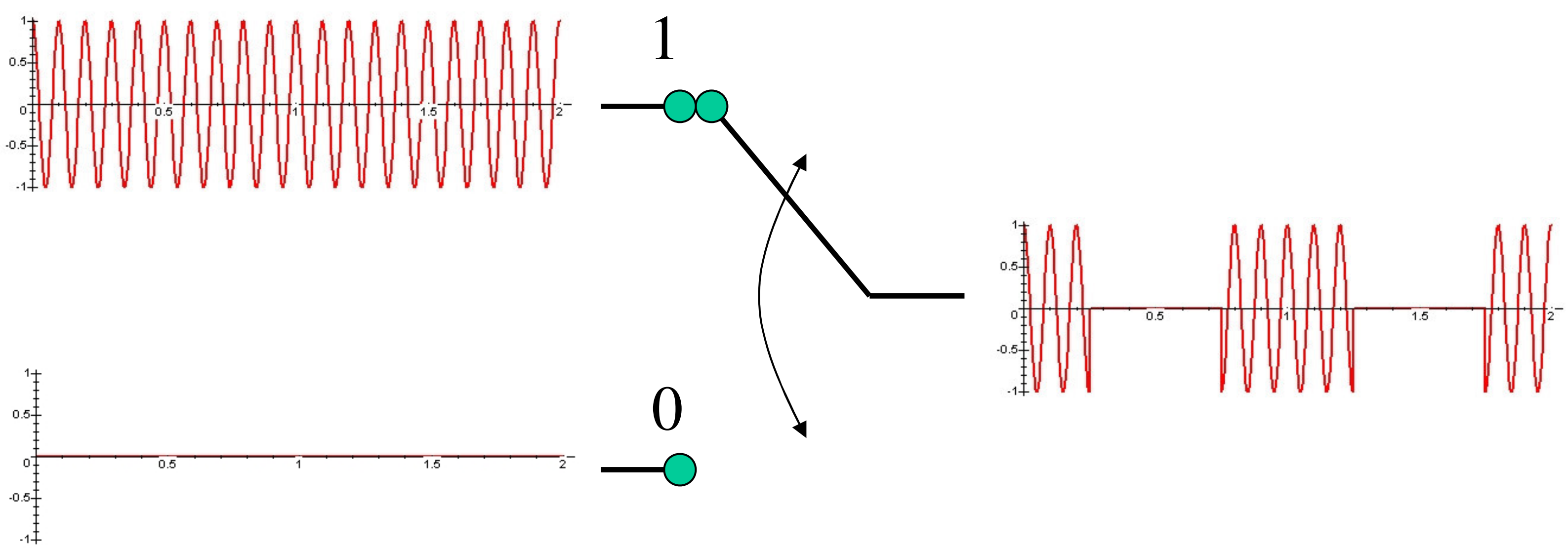
$f_{PCM}(t)$



$f_{ASK}(t)$

7.7 Modulación digital

– La modulación ASK se puede generar conmutando entre 2 fuentes.

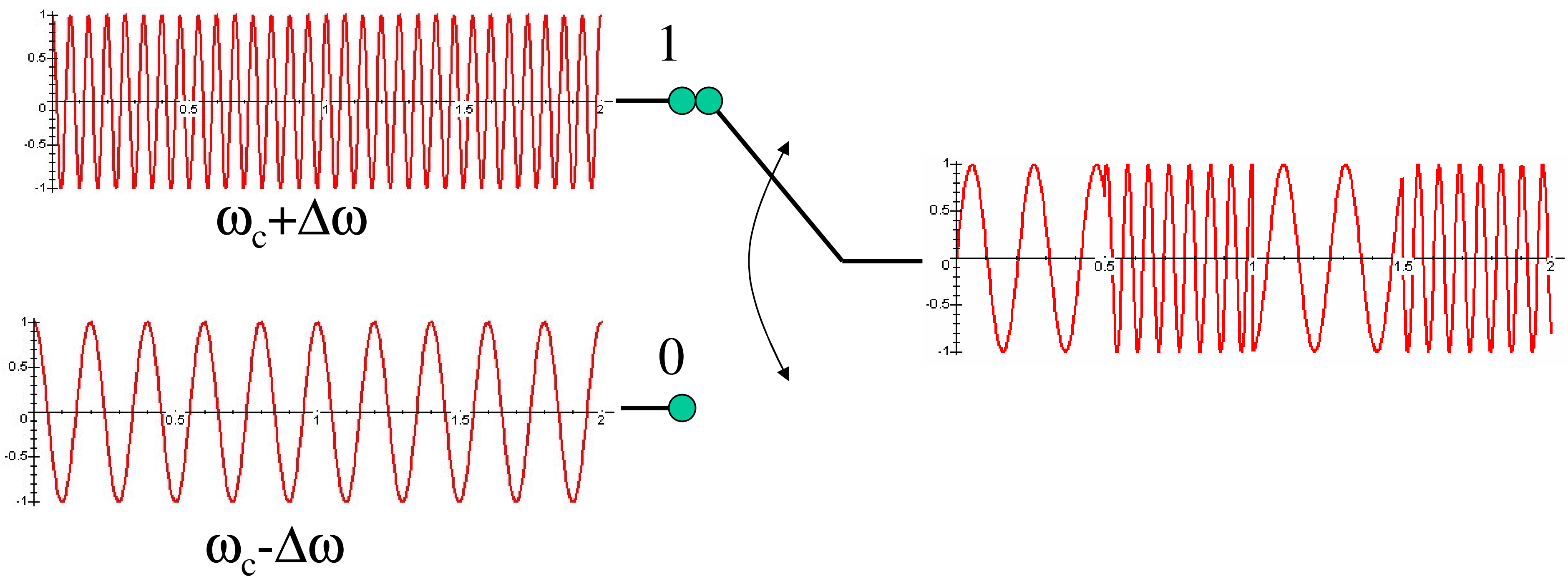


– La modulación QAM se puede usar para enviar 2 señales distintas o bien para enviar 2 bits de la misma señal a la vez (se conmuta entre 4 fuentes)

7.7 Modulación digital

– Modulación FSK: Es el “equivalente” a FM

$$f_{FSK}(t) = K\cos\left((\omega_c \pm \Delta\omega)t\right)$$



7.7 Modulación digital

- El hecho de conmutar entre 2 fuentes hace que la señal FSK tenga puntos de discontinuidad => se produce "desparramamiento" espectral (se contamina todo el espectro), por lo que puede usarse sólo en ambientes cerrados.
- Para evitar esto, existe también CPFSK (FSK continua), que se genera igual que una señal FM

$$f_{FSK}(t) = K\cos\left(\omega_0 t + \beta\int_{\tau=0}^{t} f_{PCM}(\tau)d\tau\right)$$

7.7 Modulación digital

- Modulación PSK: Similar a PM, se puede generar también conmutando entre 2 señales con la misma frecuencia y distinta fase (normalmente separadas en 180º).
- Modulación QPSK: Se conmuta entre 4 señales con la misma frecuencia, pero con fases 0º, 90º, 180º y 270º => se pueden enviar bits de a pares (2 bits a la vez)
- La probabilidad de error de ambos sistemas es la misma (a igual amplitud y frecuencia).

7.7 Modulación digital

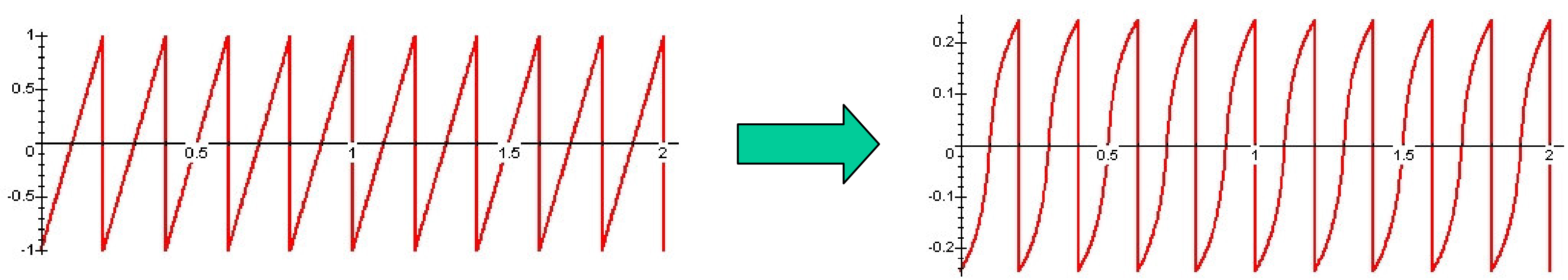
- CDMA: Cada usuario tiene asignado un código único (pseudoruido, PN) que corresponde a un tren de pulsos largo y único. Los distintos códigos PN forman (aproximadamente) una base ortogonal. Además, el código PN debe tener una frecuencia de muestreo mucho mayor que la señal a enviar.
- Para enviar la señal $f_{PCM}(t)$, se multiplica por el código PN y luego por una sinusoide portadora.

$$f_{CDMA}(t) = K \times q_{PN}(t) f_{PCM}(t) \cos(\omega_c t)$$

- Para demodular la señal CDMA, se debe multiplicar por la sinusoide y luego por <u>el mismo</u> código PN que se usó al enviarla.

7.8 Compansión

- Compresión/expansión: Se refiere al proceso de comprimir una señal (en el lado del transmisor) y expandirla (en el lado del receptor)
- La idea es que el error cometido en cada muestra sea proporcional a la amplitud de la muestra => compresión logarítmica de la señal de entrada
- 2 estándares para comprimir: ley-μ y ley-A



7.8 Companción

- Ley-m: Se usa en Estados Unidos y Japón.

$$V_{salida}(t) = \frac{V_{máximo} \times \ln\left(1 + \mu \frac{V(t)}{V_{máximo}}\right)}{\ln(1+\mu)}, \quad V(t) > 0$$

- Ley-A: Usada en Europa.

$$V_{salida}(t) = V_{máximo} \frac{A \times V(t) / V_{máximo}}{1 + \ln A}, \quad 0 \leq \frac{V(t)}{V_{máximo}} \leq \frac{1}{A}$$

$$V_{salida}(t) = V_{máximo} \frac{1 + \ln\left(A \times V(t) / V_{máximo}\right)}{1 + \ln A}, \quad \frac{1}{A} < \frac{V(t)}{V_{máximo}} \leq \frac{1}{A}$$

7.8 Compansión

- Las compansiones mostradas se pueden ver:
  - 1) Como una compresión/descompresión usada antes de la cuantización
  - 2) Como una cuantización no lineal
- Ambas formas de interpretarla son igualmente válidas