

2.10. La Paradoja de Olbers.

2.10.1 Introducción:

La estructura global del Universo es uno de los problemas que ha desafiado la curiosidad intelectual del hombre desde tiempos inmemoriales. Mucho antes de conocer las herramientas científicas básicas para poder plantear objetivamente el problema, el hombre había hecho ya varias cosmologías basadas en mitos y leyendas. Las cosmologías científicas se inician sólo en 1543 con la publicación de Nicolás Copérnico de la teoría heliocéntrica. Surge entonces con gran fuerza la idea que las estrellas no son meros puntos luminosos pintados sobre una esfera, sino soles situados a inmensas distancias del Sol y la Tierra. La variedad de brillos en las estrellas sugiere que se encuentran a distintas distancias de nosotros, es decir, pueblan un cierto volumen.



Modelo de la Tierra apoyada en el lomo de cuatro elefantes que están parados sobre la caparazón de una tortuga gigante que flota en el océano.

En 1687, con la publicación de los *“Principios Matemáticos de Filosofía Natural”* Isaac Newton entrega una llave para la cosmología: *la gravitación universal*. Sin embargo no es fácil concebir un universo estático en la visión newtoniana. Newton no abordó el problema en forma abierta pero sostuvo correspondencia con el Reverendo Richard Bentley (1662-1742), joven teólogo inglés, quien le solicitó la aclaración de algunos puntos acerca de la ley de gravitación, en una carta dirigida a Newton en 1692. A Bentley le habían solicitado una serie de sermones, o conferencias, acerca de la compatibilidad entre ciencia y religión. Bentley sabía que Newton había escrito un libro muy relevante pero la complejidad matemática del tratado lo dejaba fuera de su alcance. Por dicho motivo se dirigió directamente al autor.



Figure 24.1. A line of sight in an endless universe populated with luminous stars. If the universe has no end in space, and the stars stretch away endlessly, every line of sight must eventually intercept the surface of a star. Why then are there dark gaps between the stars? (*Darkness at Night*, with permission of Harvard University Press.)

Bentley rechazaba la concepción cartesiana de un Dios que había creado el Universo, lo había puesto en movimiento y lo había abandonado a su suerte, sin interesarse más acerca de él. Bentley le manifiesta a Newton que un universo finito sería a su juicio inestable, colapsando gravitacionalmente hacia su centro. La alternativa de un universo infinito también preocupaba a Bentley pues en ese caso la fuerza sobre la Tierra debería ser nula, pues en una dirección la atracción gravitacional sería infinita y en la dirección opuesta también. Eso haría que la fuerza neta fuese nula, lo que obligaría a la Tierra a moverse en línea recta en el espacio y no alrededor del Sol. Newton estuvo de acuerdo con Bentley en los problemas de un universo finito,

argumentando en cambio que si el universo era infinito la fuerza sobre la Tierra, excluyendo al Sol, sería infinita en ambas direcciones, anulándose, lo cual, al considerar el Sol se obtendrá una fuerza neta sobre la Tierra, que le permite orbitar al astro rey.

Más aún, Bentley argumentaba que un universo infinito sería inestable localmente a menos que fuese extraordinariamente homogéneo. Newton estuvo de acuerdo, sugiriendo que tal vez la materia había colapsado localmente dando origen a las estrellas que se encuentran muy distantes unas de otras. En 1895 Hugo von Seelinger presentó un tratamiento matemático que demostraba la sospecha de Bentley: un universo infinito es inestable localmente, de acuerdo con la mecánica newtoniana.

Después de la correspondencia con Bentley Newton quedó preocupado porque la gravitación Universal resulta ser incompatible con un Universo de estrellas fijas. Newton supone que El Creador puso a las estrellas en posiciones perfectamente simétricas que le aseguran al Universo una gran estabilidad. Después de mucho tiempo, si las estrellas han cambiado ligeramente de posición, la Providencia intervendría devolviendo a las estrellas a su posición original. En la visión de Newton Dios habría hecho un contrato de servicios con su propia obra.

Un universo infinito presenta además un problema con la cantidad de luz que recibe cada punto en él. Como la luz se diluye con el cuadrado de la distancia, la cantidad de luz recibida en un punto debería ser inmensamente grande, debido a la contribución de las estrellas lejanas. El primer científico que señaló claramente este problema fue Johannes Kepler, en 1610. Kepler propone entonces que el Universo debe ser finito ya que la noche es oscura. El astrónomo inglés Edmond Halley también discutió, en 1721, el problema del brillo nocturno en un universo infinito. Con un razonamiento equivocado Halley rechaza el problema. Sostiene esencialmente que las estrellas (o galaxias) lejanas harán un aporte tan despreciable que no vale la pena tenerlas en cuenta. Según Halley la suma infinita de aportes infinitamente pequeños da cero. Esto lo presentó en la Royal Society en una reunión presidida por Newton lo que, a juicio de algunos, demuestra que Newton, de 79 años, se dormía mientras presidía las sesiones de la Royal Society.

2.10.2 Jean Philippe Loÿs de Cheseaux y Heinrich Olbers:

En 1744 el astrónomo suizo Jean-Philippe Loÿs de Cheseaux (1718-1751) y posteriormente el médico y astrónomo alemán Heinrich Wilhelm Olbers (1758-1840), en forma independiente, en 1823, señalaron claramente que un modelo de universo infinito contradecía en forma flagrante la evidencia experimental, pues predice que deberíamos recibir 92.000 veces más luz del cielo (nocturno) que del Sol. Esta extraña consecuencia de un modelo estático, uniforme e infinito es lo que se ha llegado a conocer como la paradoja de Olbers. [La razón de esta "injusticia histórica" es que Loÿs de Cheseaux publicó su estudio como un apéndice a su libro sobre observaciones de un cometa "*Traité de la comète qui a paru en décembre 1743*"; el apéndice se titula: "*Sur la force de la Lumière et sa propagation dans l'Ether, et sur la distance des Etoiles*"]

fixes". Olbers en cambio publicó su estudio en el muy leído "*Berliner Astronomisches Jahrbuch*".



J. P. Loys de Cheseaux, painted in 1746
by J. P. Henchoz (Bibliothèque Can-
tonale et Universitaire, Lausanne)



Plate XIII: HEINRICH WILHELM MATTHIAS OLBERS (1758-1851)
(Crow-quill interpretation of engraving in Williams' *Story of
Nineteenth Century Science*. Original source untraced)

El argumento Loÿs de Cheseaux y Olbers es el siguiente: supongamos que el Universo estuviese poblado uniformemente de estrellas, con una distribución espacial y temporal infinita. Imaginemos al Universo como la superposición de cáscaras concéntricas al estilo de las capas de una cebolla. Supongamos que además las capas tienen igual espesor. El volumen de cada cáscara (producto de su superficie por su espesor) sería proporcional al cuadrado del radio de ella (pues así aumenta su superficie) y por ende, el número de estrellas contenidas en cada cáscara aumenta con el cuadrado del radio. La luz que recibimos de una estrella individual disminuye con el cuadrado de la distancia, por lo tanto, la luz total recibida de una cáscara no depende del radio de la misma. Si sumamos la contribución de todas las cáscaras, *ad infinitum*, obtendremos una cantidad muy grande de energía sobre la Tierra. Las estrellas más cercanas obstruirán la luz de algunas de las más lejanas. El resultado final será que cada unidad de área del cielo sería tan brillante como su equivalente de la superficie solar. Por lo tanto, del cielo, que tiene unas 92.000 veces la superficie del disco aparente del Sol recibiríamos entonces ¡92.000 veces más energía que del Sol!. Dicho de otro modo, la cantidad de energía recibida por segundo en la Tierra sería tan grande (184.000 veces mayor que la que recibimos del Sol) que ésta elevaría su temperatura a 6.000 K. Todo el Universo estaría en equilibrio termodinámico con las atmósferas de las estrellas, que poseen una temperatura como la fotosfera solar, unos 6.000 grados Kelvin.

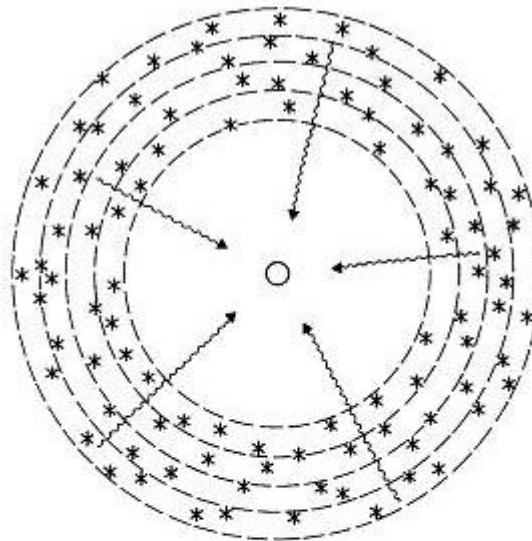


Figure 24.6. Imaginary concentric spheres of increasing radius (with the observer at the center) form a series of shells of constant thickness. When the shells are large, the number of stars in each shell increases as the square of the radius of the shell. The light received by the observer at the center from each star in a shell decreases as the square of the radius of the shell. These two effects – the number of stars increasing and their light decreasing – compensate each other and all shells contribute equal amounts of light.



Enrique Guillermo Olbers
(De una litografía de la época)

Otro modo de ver la paradoja de Olbers es calcular el área del cielo ocupada por las estrellas de una cierta cáscara. Esta estará dada por:

$$\Delta\Omega = 4\pi r^2 \cdot \Delta r \cdot \rho_* \cdot \Delta w$$

donde:

$4\pi r^2 \cdot \Delta r$ = volumen de la cáscara
 ρ_* = densidad de estrellas

$$\Delta w = \frac{\pi R^2}{r^2}$$

Δw = ángulo sólido sustenido por una estrella

donde R es el radio de una estrella.

Luego:

$$\Delta\Omega = 4\pi^2 \cdot \Delta r \cdot \rho_* \cdot R^2$$

Si ρ_* fuese constante, $\Delta\Omega$ sería independiente de “r”, es decir, las estrellas contenidas en cada cáscara ocuparían un ángulo sólido (área en el cielo) independiente del radio de la cáscara (distancia a la Tierra). Loys de Cheseaux estimó que las estrellas de primera magnitud se encuentran a 3,7 años-luz y ocupan un ángulo sólido equivalente a $1/(4 \times 10^9)$ del ángulo sólido sustenido por el disco solar. [Notable la estimación de Loys de Cheseaux para la distancia a las estrellas de primera magnitud,

hecha casi un siglo antes de la primera medición de Bessel de la distancia a una estrella; efectivamente la distancia a Alfa Centauri es de 4,3 años-luz].

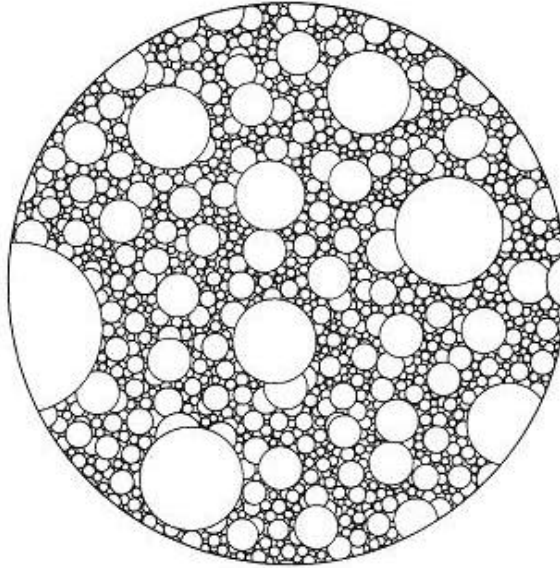


Figure 24.3. A forest of stars. The stars stretch away forming a continuous background and there are no gaps. Otto von Guericke, mayor of Magdeburg in the seventeenth century, may have been the first to use the forest analogy. (With permission, E. R. Harrison, *American Journal of Physics* 45, 120, 1977.)

El brillo superficial de un cuerpo extendido es independiente de la distancia a la cual lo observemos (su luminosidad disminuye como $1/r^2$, pero su ángulo sólido también varía como $1/r^2$, por lo cual el brillo superficial, cociente entre ambos, se mantiene constante). Así, si sumásemos 4×10^9 cáscaras, según Loÿs de Cheseaux, tendríamos acumulada una superficie, y por ende una luminosidad equivalente a la del Sol. Como el ángulo sólido del Sol está contenido 92.000 veces en un hemisferio y por ende 184.000 veces en la esfera completa, sumando $184.000 \times 4 \times 10^9$ cáscaras, cubriríamos el cielo completo. Si cada cáscara tiene un espesor de 3,7 años-luz, esto equivale a una esfera de 3×10^{15} años-luz de radio. Si los cálculos de Loÿs de Cheseaux fuesen correctos y si pudiésemos recibir la luz de una distribución uniforme de estrellas con un radio de 3×10^{15} años-luz, la temperatura de la Tierra sería extraordinariamente alta, unos 6,000 K.

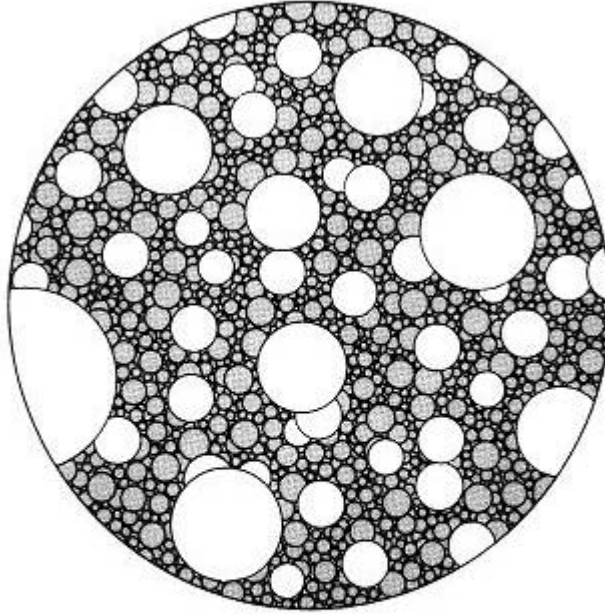


Figure 24.4. Interpretation A: the covered sky. Stars indeed cover the entire sky, but the most distant stars for some reason cannot be seen. The riddle becomes: Why is the starlight missing? (*Darkness at Night*, with permission of Harvard University Press.)

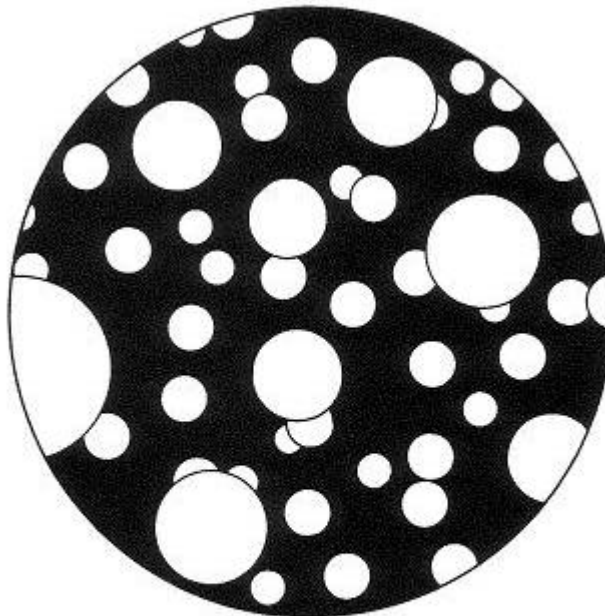


Figure 24.5. Interpretation B: the uncovered sky. The dark gaps are indeed empty of stars. The riddle becomes: Why are stars missing? (From *Darkness at Night*, with permission of Harvard University Press.)

Loÿs de Cheseaux creyó poder explicar el problema suponiendo que el espacio interestelar no es perfectamente transparente, sino que absorbe una pequeña fracción de la luz de las estrellas. De ese modo se evitaría que llegase toda la luz de las estrellas lejanas. La “falta de transparencia” que es necesario invocar para explicar las observaciones es muy pequeña. El espacio interestelar no sería perfectamente transparente pero sería 3×10^{17} veces más transparente que el agua. La luz de una estrella de primera magnitud como Aldebarán, sería degradada como si la observásemos a través de una capa de 10 centímetros de agua, las estrellas más distantes las estaríamos observando como si las viésemos a través de capas de agua de mayor espesor.

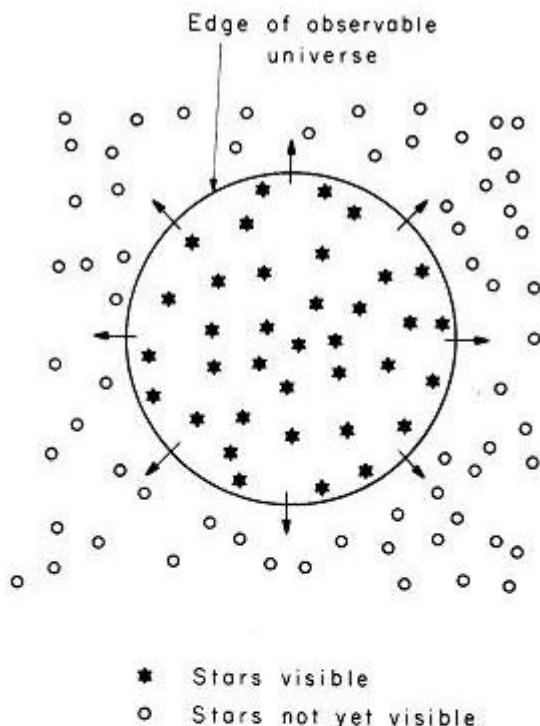


Figure 24.9. Why the sky at night is dark in a static universe. We look out and see luminous stars surrounding us out to a maximum distance determined by the luminous lifetime of stars – roughly 10 billion light years. At greater distances we look back to a time before the stars were luminous. Although the stars are stationary, the outer boundary of the sphere of visible stars in a static universe expands at the speed of light. If we wait long enough, the stars around us will begin to die out. Thereafter we will be surrounded by an expanding dark sphere of dead stars, and beyond the dark sphere will lie an expanding shell of luminous stars that has a constant thickness of 10 billion light years, and beyond this shell of visible stars will lie a dark universe of stars yet to be seen.

El argumento de Loÿs de Cheseaux es erróneo pues al poco tiempo el material que estuviese causando esa opacidad se calentaría y reemitiría la energía que absorbe. (Poner gas poco transparente en un horno disminuiría la temperatura del horno sólo durante un momento, mientras el gas se calienta). La explicación dada por Olbers a esta paradoja de la oscuridad del cielo nocturno no difiere mayormente de la dada por Loÿs de Cheseaux, siendo por ende también errónea.

La discusión de Loÿs de Cheseaux considera una densidad constante de estrellas, pero eso no es así. El Universo no está poblado uniformemente de estrellas, sino que éstas se agrupan en grandes sistemas estelares llamados *galaxias*, fuera de las cuales la densidad de estrellas es bajísima o nula. Sin embargo la densidad de galaxias en el Universo es más o menos uniforme y por lo tanto, si sumamos cáscaras hasta distancias aún mayores, volveríamos a obtener una inmensa cantidad de luz sobre la Tierra. La agrupación de estrellas en galaxias no explica la paradoja de Olbers.

2.10.3 Límite de visibilidad:

La distancia más allá de la cual no podríamos ver más estrellas, pues las más cercanas las ocultan, es el límite de visibilidad en el Universo. Si el Universo tuviese un tamaño mayor que el límite de visibilidad, en ese caso deberíamos vivir en un horno a 6.000 K. Calculemos el límite de visibilidad.

Sea V un volumen medio por estrellas (equivalente a $1/\rho_*$, donde ρ_* es la densidad de estrellas, el número de estrellas por unidad de volumen).

Sea a la sección transversal de una estrella ($= \pi R^2$). Entonces el límite de visibilidad estará dado por:

$$L = \frac{V}{a}$$

Para calcular el límite de visibilidad del Universo podemos proceder de la siguiente manera: la densidad media del Universo, en gran escala, es de 1 átomo de Hidrógeno por metro cúbico. Eso equivale a una densidad de $1,5 \times 10^{-30}$ gr/cm³. La masa típica de una estrella es la masa del Sol, 2×10^{33} gramos. Con la densidad anterior, necesitamos recolectar materia en un volumen de $1,2 \times 10^{63}$ cm³, para poder formar una estrella como el Sol. Ese será el volumen típico por estrella. La sección transversal del Sol es de:

$$A = \pi R^2 = \pi (700.000 \text{ km})^2 = 1,5 \times 10^{22} \text{ cm}^2.$$

El límite de visibilidad del Universo será:

$$L = V/a = (1,2 \times 10^{63})/(1,5 \times 10^{22}) = 7,9 \times 10^{40} \text{ cm}.$$

Pero 1 año-luz = $9,47 \times 10^{17}$ cm, por lo tanto, el límite de visibilidad sería de:

$$L = 10^{23} \text{ años-luz}.$$

Esto significa que necesitaríamos recibir la luz de todas las estrellas contenidas en una esfera de 10^{23} años-luz de radio para que se produjese la paradoja de Olbers.

La vida media de las estrellas es 10^{10} años y la edad del Universo se estima en 14.000.000.000 de años ($1,4 \times 10^{10}$ años). Por lo tanto el Universo es muy poco denso para que el cielo sea brillante. Con la edad actual del Universo y la longevidad de las estrellas el Universo debería ser 10^{13} veces más denso para que el cielo fuese brillante.

El Universo se puede comparar con un bosque. Dado un cierto número de árboles por hectárea y un cierto grosor de los troncos, se puede calcular el límite de visibilidad en el bosque (la distancia media antes de “ver un tronco”). Por ejemplo un bosque con 100 árboles por hectárea y con troncos de 25 centímetros de diámetro tendría un límite de visibilidad de 400 metros. Si las dimensiones del bosque fuesen mayores que su límite de visibilidad el bosque parecería “infinito” para un observador en su interior. Si las dimensiones del bosque fuesen menores que su límite de visibilidad, en ese caso un observador en su interior vería “todo” el bosque.

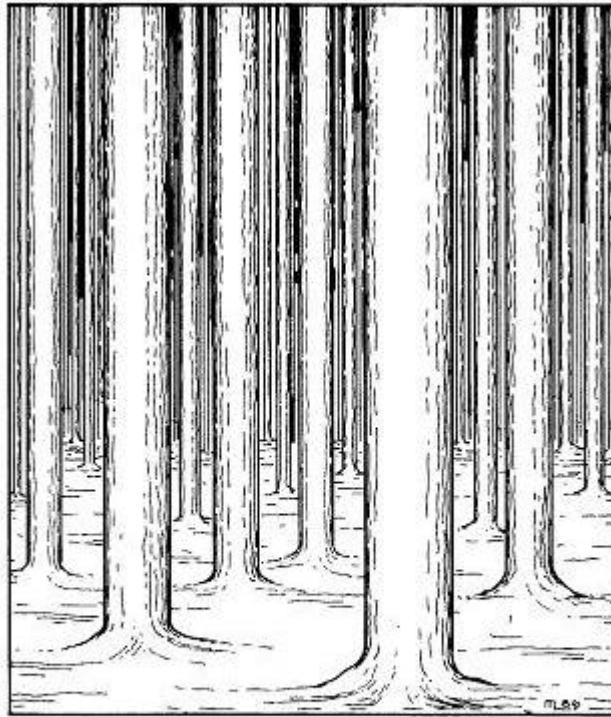


Figure 24.2. A forest of trees. The trees stretch away forming a continuous background and there are no gaps. (*Darkness at Night*, with permission of Harvard University Press.)

La paradoja del Olbers tuvo una fuerte repercusión en la astronomía. Una observación tan sencilla como la oscuridad del cielo nocturno pone en tela de juicio una idea “tan simple” como la infinitud del Universo. La oscuridad del cielo nocturno permite rechazar categóricamente un modelo de universo infinito en el espacio y el tiempo. Las respuestas de Loÿs de Cheseaux y Olbers no fueron correctas pero su contribución intelectual a la cosmología es muy grande al poner estas ideas en la mesa de discusión de los astrónomos. La ciencia avanza cuando hombres visionarios hacen nuevas preguntas; el tiempo termina por traer las respuestas correctas pero el mérito de las preguntas permanece.

El siglo XX descubrió que el Universo se expande. Con ello la luz de las galaxias distantes se corre significativamente hacia el rojo. Por ende no se puede acumular tampoco en el óptico, pues para los objetos distantes se ve su emisión en el infrarrojo. Las galaxias y cuasares más distantes que se han observado se ve con un corrimiento al rojo $z=6$. Como la longitud de ondas se alarga por un factor $(1+z)$ para esos objetos, los más distantes, su luz emitida a $5,000 \text{ \AA}$ se recibe a $3,5 \text{ micras}$ (zona infraroja del espectro electromagnético). Observaciones recientes tanto en el infrarrojo como en la zona de las microondas permiten asegurar que el cielo tampoco es brillante en esas frecuencias, por lo cual se descarta el corrimiento al rojo como la explicación de la paradoja de Olbers.

Bibliografía:

Donald D. Clayton *"The Dark Night Sky"*, Ed. Quadrangle/The New York Times Book Co., 1975, New York.

"The Cambridge Concise History of Astronomy", Cambridge University Press, 1999, Cambridge.

Harrison, Edward *"Cosmology: The Science of the Universe"*, Cambridge University Press, Cambridge, Second Edition, 200