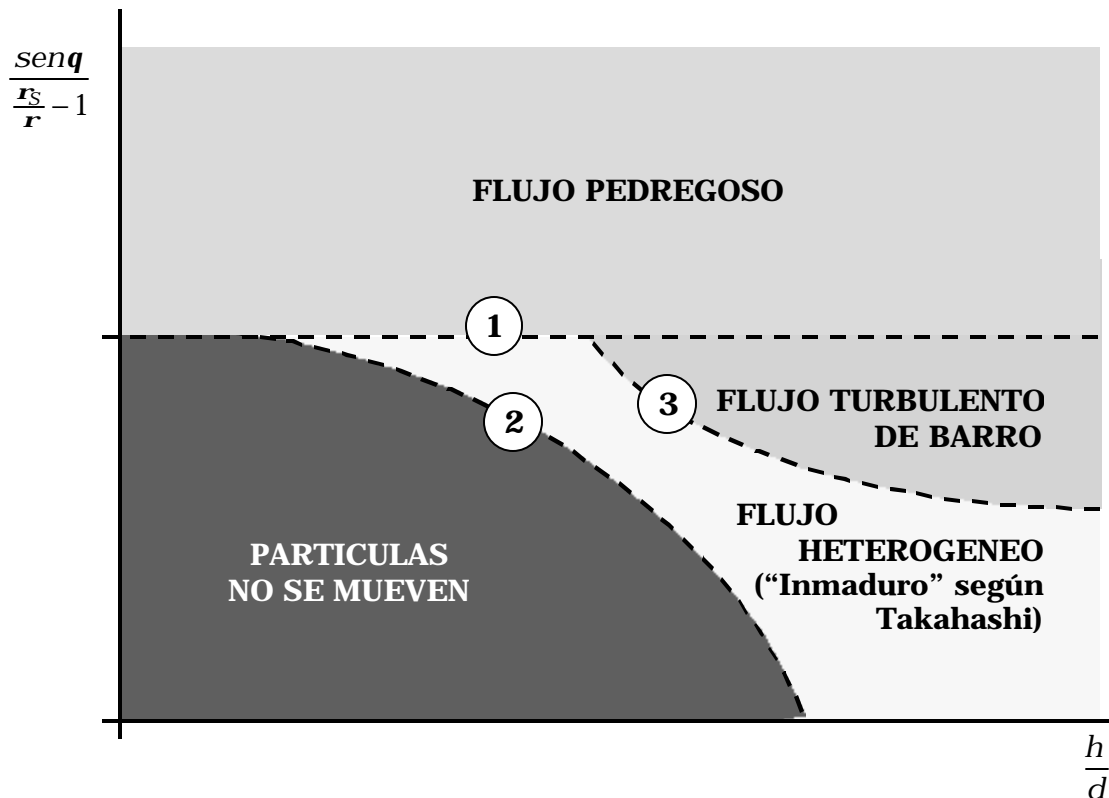




REGIMEN INERCIAL

$$Ba = \frac{r_s I^{\frac{1}{2}} d^2}{m_f} \frac{du}{dy} > 450$$



Los límites de los distintos subregímenes del flujo inercial están definidos por:

LIMITE ① $\frac{\text{sen } q}{\frac{r_s}{r} - 1} = 0,15$

LIMITE ② $t_* = \cos q \left[\left(c_{\max} + \frac{q_{s*}}{8,5} \right) (tg f - tg q) - (S - 1) tg q \right]$



Donde $t_* = \frac{u_*^2}{(S-1)gd}$ $u_* = \sqrt{gh \sin \alpha}$ $q_{s*} = \frac{q_s}{u_* d}$ $S = \frac{\rho_s}{\rho}$

El gasto sólido adimensional, por unidad de ancho, se determina a partir de

$$q_{s*} = \frac{2}{3} \frac{4,2 - 0,75c_l}{\cos^2 \alpha (tg \beta - tg \alpha)^2} t_*^2$$

LIMITE ③ $u_{*f} = v_s$

Donde v_s es la velocidad de sedimentación de las partículas y u_{*f} es la velocidad friccional del fluido intersticial, dada por:

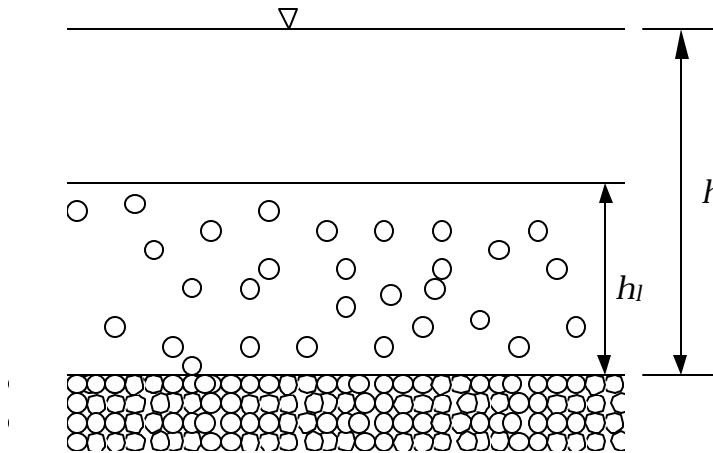
$$u_{*f} = \sqrt{\frac{t_{of}}{\rho}}$$

$$t_{of} = \rho gh \sin \alpha \left[(S-1) \left(1 - \frac{tg \beta}{tg \alpha} \right) c + 1 \right]$$

$$tg \beta = 0,6$$

LEYES DE RESISTENCIA DE LOS FLUJOS DETRITICOS (Continuación)

REGIMEN INERCIAL, FLUJO HETEROGENEO (O INMADURO)



Utilizando el concepto de longitud de mezcla, aplicado en la capa del flujo con sedimento ($0 < y < h_l$) y en la zona superior, de agua limpia, se obtuvo la velocidad media del flujo. Sin embargo, en la literatura se encuentran expresiones monomias simples, del tipo:

$$\frac{U}{u_*} = K \left(\frac{h}{d} \right)^n$$

Algunos valores propuestos para K y n son:

| AUTOR | K | n |
|-------------------------|-----|------|
| Takahashi (1987) | 1,5 | 0,56 |
| Takahashi (1991) | 0,4 | 1 |
| Hashimoto et al. (1986) | 0,5 | 1 |

El gasto sólido está dado por $q_s = U_l h_l c_l$. Una expresión simplificada para el gasto sólido es :



$$q_{s*} = \frac{2}{3} \frac{4,2 - 0,75c_l}{\cos^2 \mathbf{q} (\operatorname{tg} \mathbf{f} - \operatorname{tg} \mathbf{q})^2} t_*^2$$

Las relaciones anteriores son válidas sólo en la región de flujo heterogéneo o inmaduro, o sea entre los límites (2) y (3), por lo que debe satisfacerse

$$t_* \geq \cos \mathbf{q} \left[\left(c_{\max} + \frac{q_{s*}}{8,5} \right) (\operatorname{tg} \mathbf{f} - \operatorname{tg} \mathbf{q}) - (S - 1) \operatorname{tg} \mathbf{q} \right]$$

La concentración media del flujo está dada por $c_{s\infty} = \frac{q_s}{q}$, donde $q = Uh$.

Es fácil demostrar que existe una relación entre la concentración media del flujo $c_{s\infty}$ y la concentración de equilibrio, c_{∞} . Utilizando las leyes de resistencia de Takahashi (1991), o la de Hashimoto et al., se obtiene:

$$c_{s\infty} = \frac{1}{K} \frac{2}{3} (4,2 - 0,75c_l) c_{\infty}^2$$

Takahashi propone: $c_{s\infty} = 6,7 c_{\infty}^2$

Empíricamente, Mizuyama obtuvo: $c_{s\infty} = 5,5 \operatorname{tg}^2 \mathbf{q}$

REGIMEN INERCIAL, FLUJO TURBULENTO DE BARRO (13 a 12)

En este caso son importantes tanto los esfuerzos dispersivos de Bagnold como los turbulentos

$$\mathbf{t} = \mathbf{t}_{\text{dispersivos}} + \mathbf{t}_{\text{turbulentos}}$$

$$\mathbf{t}_{\text{dispersivos}} = a \operatorname{sen} \alpha \mathbf{r}_s l^2 d^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2$$

Los esfuerzos turbulentos se modelan usando el concepto de longitud de mezcla de Prandtl



$$\tau_{turbulento} = \rho_m l_{tb}^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2$$

ρ_m es la densidad de la matriz (agua + finos). La longitud de mezcla se modela de manera análoga a como lo hizo von Kármán: $l_{tb} = k y$.

Considerando como condición de borde que se tiene velocidad nula en $y = y_o$, se obtiene la ley de resistencia:

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{k} \left[\ln \left(\frac{1 + \sqrt{1 + F^2}}{Y_o + \sqrt{Y_o^2 + F^2}} \right) - \sqrt{1 + F^2} + F \right]$$

$$Y = \frac{y}{h} \quad Y_o = \frac{y_o}{h} \quad F^2 = \frac{I^2}{k^2} a \sin a \frac{r_s}{r_m} \left(\frac{d}{h} \right)^2$$

El valor de y_o depende del tipo de pared. Para pared lisa $y_o = \frac{1}{9,025} \frac{\nu_o}{u_*}$, donde ν_o es la viscosidad cinemática del fluido (agua). Para pared hidrodinámicamente rugosa $y_o = \frac{1}{30} k_s$, siendo k_s la altura de la aspereza.

Hay que tener presente que la constante de von Kármán, k , depende de la concentración, encontrándose que $k \sim 0,3$ para concentraciones entre 20 y 30%. Arai y Takahashi (1986) proponen:

$$\frac{k_o}{k} = \frac{1}{2} (1 + b_1 c + b_2 c^2) \left[1 + \sqrt{1 + 52 k_o (1 + b_1 c + b_2 c^2) S_1} \right]$$

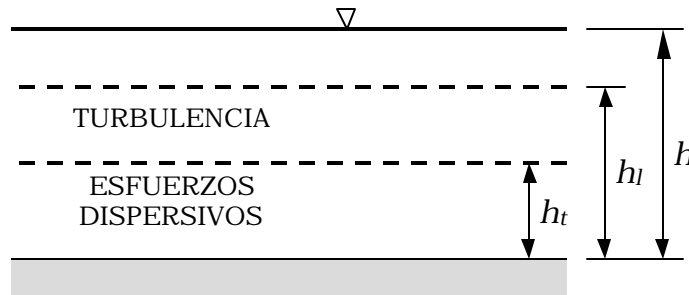
$$b_1 = 2 \quad b_2 = -4 \quad S_1 = \frac{g(S-1) v_{so} c (h - d_v)}{u_*^3 \ln \left(\frac{h}{d_v} \right) (1 + c(S-1))}$$

donde k_o es la constante de von Kármán para agua pura (0,4), v_{so} es la velocidad de sedimentación de las partículas en agua sin sedimentos y d_v es el espesor de la subcapa viscosa.



REGIMEN INERCIAL, FLUJO HIBRIDO BARRO-PEDREGOSO

Experimentalmente se observa que la distribución de velocidades se hace más uniforme en la región superior del flujo si $tg\alpha$ o h/d aumentan o la concentración c disminuye. En esta región la turbulencia es importante y es la causa de la suspensión de las partículas. Bajo esta región, el flujo se comporta como dilatante (dominan los efectos dispersivos).



La distribución de velocidades en la región inferior $0 < y < h_t$ está dada por

$$\frac{u}{u_*} = \frac{2h}{3d} \frac{1}{\left(S I^2 a \operatorname{sen} \alpha + \left(\frac{x}{I} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \frac{R_2^{\frac{3}{2}} - \left(R_2 - R_1 \frac{y}{h} \right)^{\frac{3}{2}}}{R_1}$$

$$R_1 = c_l(S - 1) + 1 \quad R_2 = c_l(S - 1) \frac{h_l}{h} + 1$$

En la región $h_t < y < h_l$ se supone que la longitud de mezcla está dada por $l = y - h_t$. Utilizando la condición de borde que en $y = h_t$ se tiene $u = u_t$, resulta la siguiente distribución de velocidades:

$$\frac{u - u_t}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{Y - Y_t + \sqrt{(Y - Y_t)^2 + F^2}}{F} \right)$$

$$Y = \frac{y}{h} \quad Y_t = \frac{h_t}{h} \quad F^2 = \frac{I^2}{k^2} a \operatorname{sen} \alpha \frac{r_s}{r_m} \left(\frac{d}{h} \right)^2$$



El problema que queda es cómo determinar h_t . Se supone que en $y = h_t$ se cumple la condición de autosuspensión de Bagnold:

$$u_t = \frac{v_s}{\sin \mathbf{q}}$$

donde v_s es la velocidad de sedimentación de las partículas (considerando el efecto de concentración). De este modo, la altura h_t resulta ser:

$$h_t = \frac{R_2}{R_1} \left[1 - \left(\frac{3 \mathbf{I}}{2 h \sin \mathbf{q}} \frac{v_s d}{u_*} \frac{\sqrt{a \sin \mathbf{a}}}{R_2^{\frac{3}{2}}} \frac{R_1 S^{\frac{1}{2}}}{R_2^{\frac{3}{2}}} \right) \right]$$

Según Takahashi, un flujo es “maduro” si $h_l = h$. En este caso resulta:

$$h_t = 1 - \left(\frac{3 \mathbf{I}}{2 h \sin \mathbf{q}} \frac{v_s d}{u_*} \frac{\sqrt{a \sin \mathbf{a}}}{\left(\frac{S}{R_1} \right)^{\frac{1}{2}}} \right)$$