

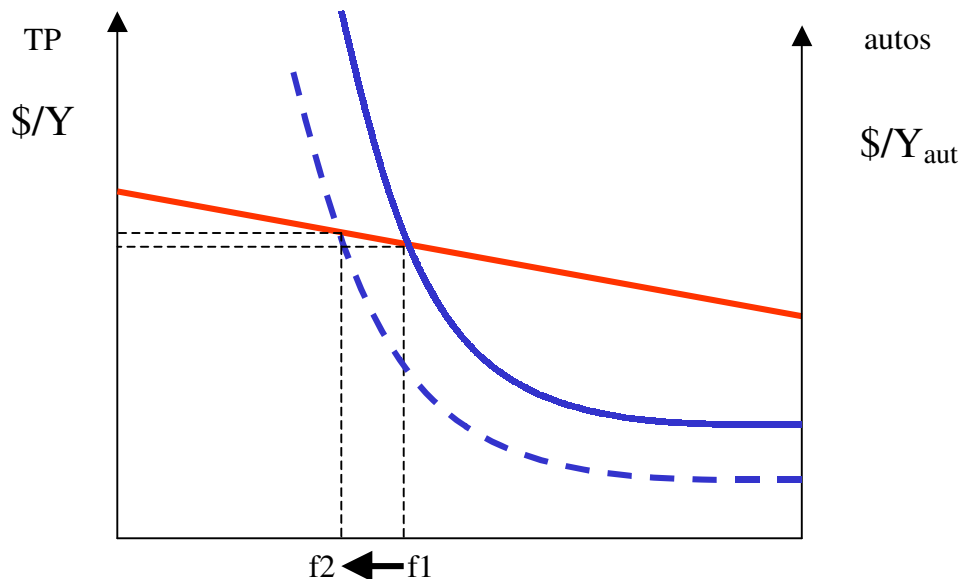
Pauta Clase Auxiliar CI43A
Paradoja de Mogridge – Sistema cíclico simple

Pregunta 1

Paradoja de Mogridge

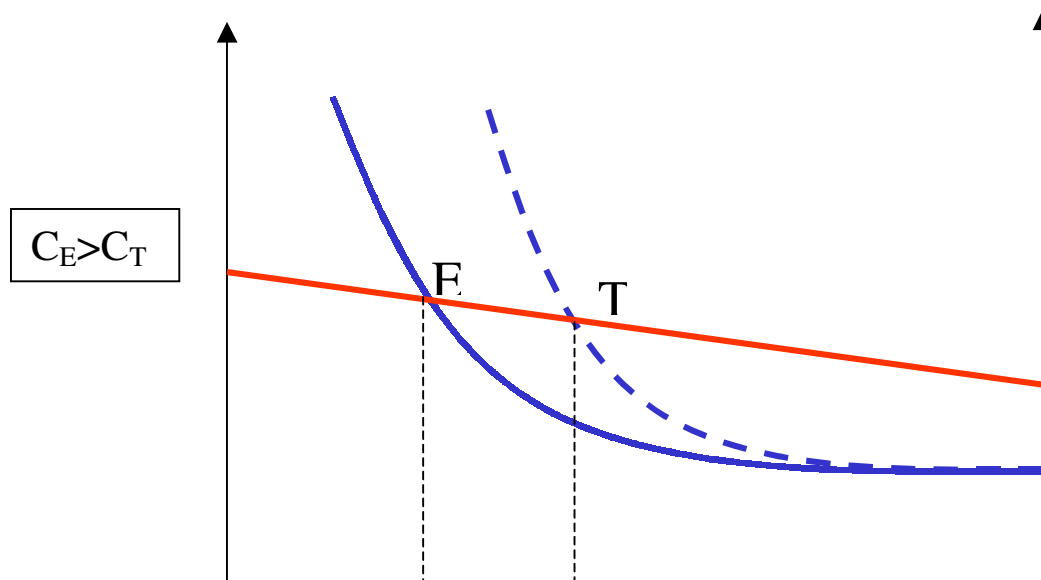
“Cualquier cambio que aumente los usuarios de auto y disminuya los de transporte público aumentará el costo para todos” (Mogridge, 1987)

Se basa en que el costo (tiempo de acceso, tiempo de espera, tiempo de viaje, tarifa) de los usuarios de transporte público es decreciente con el flujo, resultado empírico mostrado por Allport en 1981. Así, si por ejemplo se mejora la infraestructura del transporte privado, en el equilibrio aumenta el costo para todos:



Si el flujo de equilibrio pasa de f_1 a f_2 , $C_{f2} > C_{f1}$

Si hay tarificación por congestión, se está aumentando el costo que perciben los usuarios de transporte privado, luego, en el equilibrio el costo de todos disminuye:



Propuesto: ¿Qué pasa si hay usuarios cautivos de transporte público, como en Santiago?

Pregunta 2

a) $\eta B = \eta f t_c$; $\eta B = (\lambda/k) t_c$

pero $t_c = t_v(k) + k/\mu^+ + k/\mu^- + t_v(0)$
 $= t_0 + \alpha k^n + 2k/\mu + t_0 = 2t_0 + \alpha k^n + 2k/\mu$
 $\Rightarrow \eta B = 2(\lambda/k)t_0 + \alpha \lambda k^{n-1} + 2\lambda/\mu$

b) $\frac{\partial B}{\partial k} = \frac{-2\lambda t_0}{\eta k^2} + \frac{\alpha \lambda (n-1) k^{n-2}}{\eta} \quad \varepsilon = \frac{\partial B}{\partial k} \frac{k}{B} = \frac{-2\lambda t_0}{\eta k B} + \frac{\alpha \lambda (n-1) k^{n-1}}{\eta B}$

intuitivamente, para una capacidad de transporte λ constante, se debiera tener $\varepsilon < 0$, pues a medida que aumenta el tamaño de embarque requiero menos vehículos *ceteris paribus*. Sin embargo, si aumenta el tamaño de embarque también aumenta el tiempo de ciclo, por lo que el signo no se puede determinar a priori.

Caso 1

$$\frac{\partial B}{\partial k} < 0 \Rightarrow \frac{2\lambda t_0}{\eta k^2} > \frac{\alpha \lambda (n-1) k^{n-2}}{\eta} \Rightarrow \boxed{k^n < \frac{2t_0}{\alpha(n-1)}} \text{ condición a verificar}$$

Caso 2

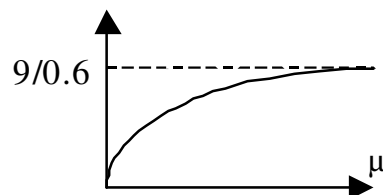
$$\frac{\partial B}{\partial k} > 0 \Rightarrow \frac{2\lambda t_0}{\eta k^2} < \frac{\alpha \lambda (n-1) k^{n-2}}{\eta} \Rightarrow \boxed{k^n > \frac{2t_0}{\alpha(n-1)}}$$

Propuesto: Interpretar y explicar la razón de estas condiciones

Pregunta 3

a) No se dice el tamaño de embarque, pero supondremos igual a la capacidad pues ese es el óptimo (Propuesto: Verificar que esto se cumple usando la Pregunta 2), salvo que el tiempo de viaje se vea afectado y en este caso es fijo.

$$\lambda = \frac{\eta B k}{t_c} = \frac{\eta B k}{t_1 + t_2 + \frac{k}{\mu^+} + \frac{k}{\mu^-}} = \frac{\eta B k}{t_1 + t_2 + 2\frac{k}{\mu}} = \frac{0,9 * 20 * 2}{2,4 + 2\frac{2}{\mu}} \quad \lambda = \frac{9}{0,6 + \frac{1}{\mu}}$$



b) $S^- = 3 \geq \frac{\lambda}{\mu^-} + t_p f \rightarrow 0$ en el óptimo se debiera producir la igualdad

$$3 = \frac{9}{0,6 + \frac{1}{\mu}} \Rightarrow \mu = 3,33 \text{ [Ton/h]} \Rightarrow \lambda = 10 \text{ [Ton/h]}$$

c) Si se duplica la producción $\lambda = 20 \text{ [Ton/h]} \Rightarrow \mu = 6,66 \text{ [Ton/h]}$

$$B = \frac{\lambda t_c}{k\eta} = \frac{20(2,4 + 4/6,66)}{2 * 0,9} = 33,33 \Rightarrow 34 [\text{veh}]$$

$$f = \frac{\lambda}{k} = \frac{20}{2} = 10 [\text{veh/hr}]$$

$$S^- = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{20}{6,66} = 3 \text{ sitios}$$