CI 42F MECÁNICA DE SÓLIDOS II
Semestre Primavera 2004
Prof.: Juan Gmo. Valenzuela B.

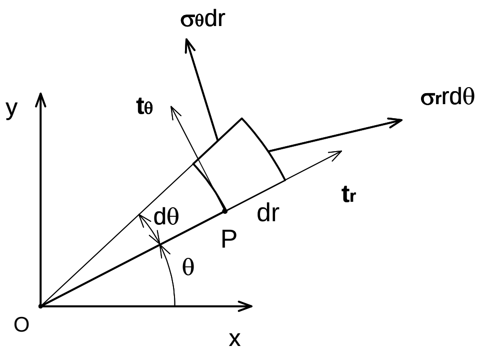
CONTROL N°2

1. Considerando el ***elemento infinitesimal en coordenadas polares*** y sus correspondientes ***componentes vectoriales de tensiones*** (figura (a)), y las ***fuerzas*** que actúan sobre este elemento (figura (b)), se pide:

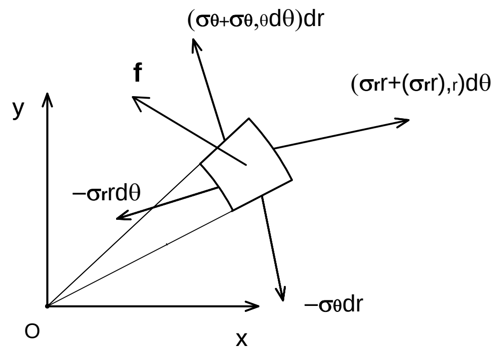
i) Deducir detalladamente las ***ecuaciones escalares*** de equilibrio.

ii) Obtener la forma que adquiere el ***operador de Laplace*** en coordenadas polares.

iii) Utilizar el resultado anterior para obtener expresiones para la función de tensiones de ***Airy en coordenadas polares***.



(a)



(b)

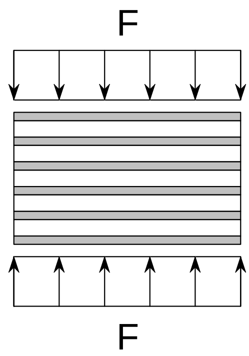
2. Considere el ***Problema Termoelástico***

i) Usando las relaciones constitutivas para un material isótropo, obtenga el valor del ***módulo elástico volumétrico*** K en función del módulo de elasticidad E y del módulo de poisson ν.

ii) Explique, como es posible ***transformar*** un problema termoplástico en un problema normal de teoría de Elasticidad. Utilice en su explicación la forma que adquieren los ***tensores de deformaciones*** y de ***tensiones*** en este caso.

iii) Demuestre que en un problema de ***tensiones planas*** con solicitación térmica se cumple que: $\nabla^4\phi = -E\alpha\nabla^2 t$. Donde ϕ es la función de Airy, α es el coeficiente de dilatación térmica y $t = t(x, y)$ es el campo de temperaturas.

3. Un apoyo de goma para vigas de puentes está formado por una serie de placas de goma alternadas con placas de acero, como se muestra en la figura. Suponiendo que la acción de las placas de acero es impedir el desplazamiento lateral de todos los puntos de la goma, determine el ***módulo de elasticidad aparente*** de la goma del apoyo al ser éste sometido a una fuerza uniformemente distribuida. Suponer que las propiedades de la goma son E y ν.



CI 42F MECÁNICA DE SÓLIDOS II
Semestre Primavera 2004
Prof.: Juan Gmo. Valenzuela B.

4. Considerando el problema de ***torsión de un cuerpo cilíndrico*** de material homogéneo e isotrópico, se pide realizar una ***descripción y comparación de los métodos*** de solución denominados ***función de alabeo de Saint Venant*** y ***función de tensiones de Prandtl***. Compare estas soluciones considerando los siguientes puntos:

i) ¿Qué tipo de condiciones imponen estos métodos, de ***desplazamientos*** o de ***deformaciones***?

ii) ¿Cuáles son las ***ecuaciones*** que describen estas condiciones en cada caso?

iii) ¿Cuáles son las ***condiciones de borde*** correspondientes?

iv) ¿Con qué ecuaciones se calculan las ***inercias torsionales*** en cada caso y que representan cada uno de sus parámetros?

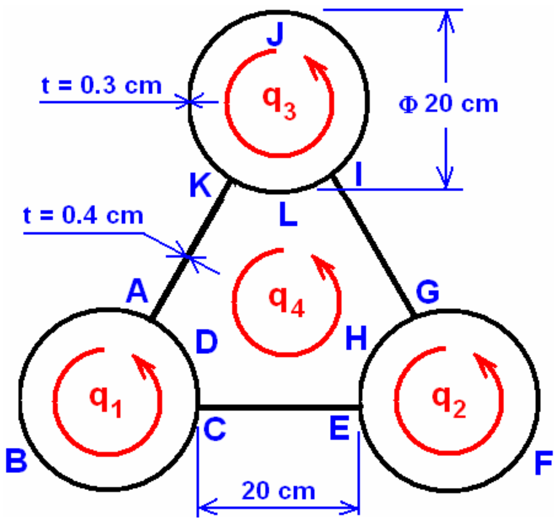
v) ¿Cuáles son las ***dificultades*** de cada uno de los métodos?

vi) ¿Cuáles son sus ***bondades***?

5. Resolver el problema de ***torsión del tubo multicelular*** de la figura mediante analogía con un ***circuito de corriente continua equivalente***.

Este perfil está constituido por tres tubos de ***sección circular***, unidos por láminas entre ellos formando una sección ***"triangular equilátera"***.

Dado un momento torsor $M = 2\,[tonf \cdot m]$, determine las ***tensiones en cada una de las ramas*** y la ***tensión de la soldadura*** que los une.



Formulario:

RELACIONES CONSTITUTIVAS

Relaciones constitutivas para material isótropo:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E}\sigma_{ij} - \delta_{ij}\left(\frac{3\nu}{E}\sigma_0 \; -\alpha\Delta T\right)$$

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \delta_{ij}\left(\lambda\theta - 3K\alpha\Delta T\right)$$

Ecuación de Lamé-Navier:

$$\mu\nabla^2 u_i + (\lambda+\mu)\theta_{,i} + f_i + f_i^t = 0$$

Ecuaciones de Beltrami-Michell:

$$\nabla^2\sigma_{ij} + \frac{1}{1+\nu}\sum_{,ij} = -\frac{\nu}{1-\nu}\delta_{ij} f_{k,k} - (f_{i,j} + f_{j,i})$$

Ecuaciones de compatibilidad

$$2\varepsilon_{12,12} = \varepsilon_{11,22} + \varepsilon_{22,11}$$

$$\varepsilon_{11,23} = \left(\varepsilon_{12,3} + \varepsilon_{31,2} - \varepsilon_{23,1}\right)_{,1}$$

ELASTICIDAD PLANA

Función de tensiones de Airy:

$$\sigma_{xx} = \phi,_{yy}$$

$$\sigma_{yy} = \phi,_{xx}$$

$$\sigma_{xy} = -\phi,_{xy}$$

Compatibilidad: $\nabla^4\phi = 0$

Analogía con un circuito eléctrico:

$$q \Leftrightarrow i$$

$$2\Omega_C \Leftrightarrow V$$

$$\frac{1}{G\chi}\oint_C \frac{ds}{h} \Leftrightarrow R$$

$$M = G\chi J = 2\Omega_C q \Leftrightarrow V \cdot i = potencia$$