

## EJERCICIO N°10

### 1. Relación Parámetros Material Isótropo

Establezca la relación entre los módulos elásticos de un *material isótropo*. Para esto, considere un estado tensional en que solo existe componente normal en la dirección 1, y que se realiza una *rotación de ejes* en un ángulo  $\theta$  en el plano 1-2. Utilizando las *leyes de transformación de coordenadas* en función del ángulo doble y las *relaciones constitutivas*, finalmente obtenga:

$$\gamma = \frac{E}{1+\nu} = 2\mu$$

### 2. Tensiones en Función de Deformaciones

Demuestre que para un *material isótropo* las relaciones pueden ponerse de la forma:

$$\sigma_{ij} = 2G \left( e_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \theta \delta_{ij} \right).$$

**Hint:** Considere la ecuación  $\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}$  y relaciones entre parámetros como:

$$\lambda = \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} E \text{ y } \frac{E}{1+\nu} = 2\mu.$$

### 3. Campo de Deformaciones

Utilizando el resultado anterior, *demostrar* que las ecuaciones de equilibrio pueden ponerse en la forma:

$$G \left( \nabla^2 u_i + \frac{1}{(1-2\nu)} u_{j,j} \right) + f_i = 0.$$

**Hint:** Reemplace en la ecuación de *equilibrio de fuerzas*  $\sigma_{ij,j} + f_i = 0$ , la relación para un *material isótropo* demostrada en el punto anterior.