

EJERCICIO N°10

1. Relación Parámetros Material Isótropo

Establezca la relación entre los módulos elásticos de un **material isótropo**. Para esto, considere un estado tensional en que solo existe componente normal en la dirección 1, y que se realiza una **rotación de ejes** en un ángulo θ en el plano 1-2. Utilizando las **leyes de transformación de coordenadas** en función del ángulo doble y las **relaciones constitutivas**, finalmente obtenga:

$$\gamma = \frac{E}{1 + \nu} = 2\mu$$

2. Tensiones en Función de Deformaciones

Demuestre que para un **material isótropo** las relaciones pueden ponerse de la forma:

$$\sigma_{ij} = 2G \left(e_{ij} + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \theta \delta_{ij} \right).$$

Hint: Considere la ecuación $\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}$ y relaciones entre parámetros como:

$$\lambda = \frac{\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} E \text{ y } \frac{E}{1 + \nu} = 2\mu.$$

3. Campo de Deformaciones

Utilizando el resultado anterior, **demostrar** que las ecuaciones de equilibrio pueden ponerse en la forma:

$$G \left(\nabla^2 u_i + \frac{1}{(1 - 2\nu)} u_{j,ij} \right) + f_i = 0.$$

Hint: Reemplace en la ecuación de **equilibrio de fuerzas** $\sigma_{ij,j} + f_i = 0$, la relación para un **material isótropo** demostrada en el punto anterior.