

## EJERCICIO N°9

### 1. Relaciones Esfuerzo Deformación

- A partir de la forma que adquiere la *ley de Hooke* para un material *elástico isotrópico*, deduzca las *relaciones esfuerzo deformación* en este caso. Exprese tanto, el tensor de tensiones en función del tensor de deformaciones, como, el tensor de deformaciones en función del tensor de tensiones. Identifique las *constantes elásticas* involucradas en estas relaciones.
- A partir de la *segunda ley de Newton*, considerando la relación de *tensiones de Cauchy* y utilizando el *teorema de Green*, establezca la *ecuación de movimiento de un sólido elástico, isotrópico e infinito*.
- Considerando las dos relaciones anteriores (el tensor de tensiones en función del tensor de deformaciones y la ecuación de movimiento), establezca la *relación esfuerzo deformación* para el caso de un *sólido elástico, homogéneo, isótropo e infinito*.

### 2. Ecuaciones de Ondas

Si en la relaciones esfuerzo deformación de un sólido elástico, homogéneo, isótropo e infinito, se considera que las *fuerzas de volumen son nulas* ( $f_i = 0$ ), se obtiene la relación denominada *Ecuación de Navier*. Considerando esto, se pide:

- Establezca la ecuación de Navier, tanto en *notación indicial* como en *notación vectorial*.
- Aplique el *operador divergencia* sobre la *ecuación de Navier en notación vectorial*, para obtener la *ecuación de la Onda P*. En esta relación, expresada en términos de la dilatación cúbica  $\theta$ , identifique el valor característico de la velocidad de propagación de esta onda.
- Aplique el *operador rotor* sobre la *ecuación de Navier en notación vectorial*, para obtener la *ecuación de la Onda S*. En esta relación, expresada en términos del vector rotación  $\vec{w}$ , identifique el valor característico de la velocidad de propagación de esta onda.

### 3. Relaciones entre parámetros

- Considerando la definición de las velocidades de onda P y S, encuentre el *cuociente* entre estas velocidades, en función del *cuociente de Poisson*  $\nu$ . Si se considera un valor de este cuociente  $\nu = 0.25$ , ¿Cuánto vale la razón entre las velocidades de onda P y S? ¿Cuál es mayor?
- Considere un sitio donde se ha realizado *sísmica de prospección* para determinar las características del suelo. Los resultados experimentales indican que las velocidades de onda en el sitio son:  $V_p = 1800$  [m/s] y  $V_s = 962$  [m/s]. Adicionalmente, se ha determinado que la *densidad del suelo* es  $\rho = 2.1$  [tonf/m<sup>3</sup>]. ¿Cuánto valen el *módulo de elasticidad E* y el *módulo de rigidez G* del sitio y en que unidades se expresan? ¿Cuánto valen las correspondientes *constantes de Lamé*,  $\lambda$  y  $\mu$ , y en que unidades se expresan estas?
- Determine las *velocidades de propagación* de las ondas P y S, en los materiales *acero* y *hormigón*. Para esto, considere los siguientes datos:

$$\rho_{\text{acero}} = 7.85 \text{ [grf/cm}^3\text{]}$$

$$E_{\text{acero}} = 2.1 \cdot 10^7 \text{ [tonf/m}^2\text{]}$$

$$\nu_{\text{acero}} = 0.3 [ \ ]$$

$$\rho_{\text{hormigón}} = 2.4 \text{ [grf/cm}^3\text{]}$$

$$E_{\text{hormigón}} = 250.000 \text{ [tonf/m}^2\text{]}$$

$$\nu_{\text{hormigón}} = 0.2 [ \ ]$$