CI 42F MECÁNICA DE SÓLIDOS II
Semestre Primavera 2004
Prof.: Juan Gmo. Valenzuela B.

CONTROL N°1

1. Teoría de Tensores Cartesianos:

i) Utilizando notación indicial, **verifique** la siguiente identidad vectorial (HINT: utilice la relación $e-\delta$): $\vec{\nabla}\times\vec{q} = 2\vec{w}$ si $\vec{q} = \vec{w}\times\vec{r}$.

ii) Demuestre la invarianza de la ***forma bilineal***: $2F = t_{ij}x_i y_j$.

iii) ¿Qué entiende Ud., por descripción ***Lagrangeana*** de la dinámica y cinemática de una partícula? ¿Qué entiende por descripción ***Euleriana***?

iv) En el caso de utilizar coordenadas ***Lagrangeanas***, ¿Cuál es el **nombre del tensor** de deformación y cuál es su **expresión analítica**? En el caso de la descripción ***Euleriana***, ¿Cuál es el **nombre del tensor** correspondiente y cuál es su **expresión analítica**? En ambos casos suponga coordenadas rectilíneas y ortogonales.

v) ¿Qué entiende Ud., por ***"Derivada Total o Material"*** de una partícula? ¿De que términos consta ésta y de que dan cuenta cada uno de ellos?

vi) ¿Cuáles son los supuestos que permiten ***"reducir"*** el ***Tensor de Green*** en función de los corrimientos, al ***Tensor de Cauchy***?

2. Dado el siguiente ***tensor de tensiones*** en un punto al interior de un cuerpo, se pide:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 4 & -6 & 3 \\ -6 & 8 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

i) Determinar ***"manualmente"*** sus ***invariantes principales***.

ii) Establecer la ***ecuación característica*** y a partir de ella, determinar sus ***valores principales o propios***.

iii) Utilice la calculadora para determinar los ***vectores propios*** del tensor original, y a partir de esto, establezca la **Matriz de transformación de coordenadas *"normalizada"***.

iv) Plantee la **expresión matricial**, que a partir de la matriz de transformación anterior, permita ***"diagonalizar"*** el tensor. **Hágalo**.

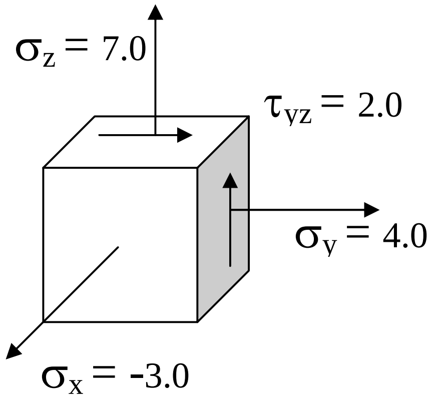
v) Considerando los resultados anteriores, dibuje el diagrama de ***Mohr 3D*** y determine ***"gráficamente"*** el valor del ***esfuerzo tensional máximo*** y el valor del ***esfuerzo tangencial máximo***.

vi) Determine ***"analíticamente"*** las **direcciones** en que se producen el esfuerzo tensional máximo y el esfuerzo tangencial máximo.

Nota: Realice sus cálculos con todas las cifras significativas que su calculadora permita, sin embargo, exprese todos sus resultados con **4 cifras decimales**.

CI 42F MECÁNICA DE SÓLIDOS II
Semestre Primavera 2004
Prof.: Juan Gmo. Valenzuela B.

3. Dado el esquema de la figura, se pide:



i) Establecer el ***Tensor de Tensiones*** correspondiente.

ii) Encontrar el ***ángulo*** θ de rotación en el plano YZ, tal que los esfuerzos de corte sean nulos en ese plano.

iii) Establecer la ***Matriz de Transformación*** de Coordenadas correspondiente.

iv) Utilice la matriz de transformación de coordenadas para ***"rotar"*** el tensor original.

v) Graficar el círculo de ***Mohr*** asociado a esta situación.

vi) A partir del gráfico anterior, identificar los valores de ***tensión normal*** y ***tensión tangencial*** máximas.

vii) Encontrar la ***tensión en el plano*** $\vec{v} = (1 \quad 2 \quad 3)$ y calcular su magnitud.

viii) Calcular las ***componentes normales*** y ***tangenciales*** al plano $\vec{V}$.

ix) Determinar el ***ángulo*** entre la dirección de la tensión y la normal al plano.

x) Dibujar estas tensiones en el círculo de Mohr. ¿Este ***estado tensional es factible***?

Nota: Realice sus cálculos con todas las cifras significativas que su calculadora permita, sin embargo, exprese todos sus resultados con **4 cifras decimales**.

Formulario:

$$rot\,\vec{A} = \vec{\nabla}\times\vec{A} = e_{ijk}\frac{\partial A_k}{\partial x_j} = e_{ijk}A_{k,j} \qquad \vec{\nabla}\phi = \frac{\partial\phi}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial\phi}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial\phi}{\partial z}\hat{k} \qquad \vec{A}\times\vec{B} = e_{ijk}A_jB_k$$

$$\iiint_V \frac{\partial A}{\partial x_1}dV = \iint_S \hat{\nu}_1 A\,dS \qquad e_{ijk}e_{ist} = \delta_{js}\delta_{kt} - \delta_{jt}\delta_{ks} \qquad A'_{rst\ldots} = a_{ri}a_{sj}a_{tk}\ldots A_{ijk\ldots}$$

$$\left| t_{ij} - \lambda\delta_{ij} \right| = -\lambda^3 + I_1\lambda^2 - I_2\lambda + I_3$$

$$I_1 = t_{ii} = t_{11} + t_{22} + t_{33} = traza \qquad I_2 = (t_{22}t_{33} - t_{23}^2) + (t_{11}t_{33} - t_{13}^2) + (t_{11}t_{22} - t_{12}^2)$$

$$I_3 = \left\| t_{ij} \right\| = e_{ijk}t_{1i}t_{2j}t_{3k} \qquad \tan(2\theta) = \frac{-2\,t_{12}}{t_{11} - t_{22}} \qquad e_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$$

$$\sigma_{\nu i} = \nu_k\sigma_{ki} \qquad (\sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij})\nu_i = 0 \qquad \nu_i^2 = \frac{\sigma_{\nu t}^2 + (\sigma_{\nu\nu} - \sigma_{i+1})(\sigma_{\nu\nu} - \sigma_{i+2})}{(\sigma_i - \sigma_{i+1})(\sigma_i - \sigma_{i+2})}$$