

EJERCICIO N°9

1. Relaciones Esfuerzo Deformación

- a) A partir de la forma que adquiere la *ley de Hooke* para un material *elástico isotrópico*, deduzca las *relaciones esfuerzo deformación* en este caso. Expresé tanto, el tensor de tensiones en función del tensor de deformaciones, como, el tensor de deformaciones en función del tensor de tensiones. Identifique las *constantes elásticas* involucradas en estas relaciones.
- b) A partir de la *segunda ley de Newton*, considerando la relación de *tensiones de Cauchy* y utilizando el *teorema de Green*, establezca la *ecuación de movimiento de un sólido elástico, isotrópico e infinito*.
- c) Considerando las dos relaciones anteriores (el tensor de tensiones en función del tensor de deformaciones y la ecuación de movimiento), establezca la *relación esfuerzo deformación* para el caso de un *sólido elástico, homogéneo, isótropo e infinito*.

2. Ecuaciones de Ondas

Si en la relaciones esfuerzo deformación de un sólido elástico, homogéneo, isótropo e infinito, se considera que las *fuerzas de volumen son nulas* ($f_i = 0$), se obtiene la relación denominada *Ecuación de Navier*. Considerando esto, se pide:

- a) Establezca la ecuación de Navier, tanto en *notación indicial* como en *notación vectorial*.
- b) Aplique el *operador divergencia* sobre la *ecuación de Navier en notación vectorial*, para obtener la *ecuación de la Onda P*. En esta relación, expresada en términos de la dilatación cúbica θ , identifique el valor característico de la velocidad de propagación de esta onda.
- c) Aplique el *operador rotor* sobre la *ecuación de Navier en notación vectorial*, para obtener la *ecuación de la Onda S*. En esta relación, expresada en términos del vector rotación $\vec{\omega}$, identifique el valor característico de la velocidad de propagación de esta onda.

3. Relaciones entre parámetros

- a) Considerando la definición de las velocidades de onda P y S, encuentre el *cuociente* entre estas velocidades, en función del *cuociente de Poisson* ν . Si se considera un valor de este cuociente $\nu = 0.25$, ¿Cuánto vale la razón entre las velocidades de onda P y S? ¿Cuál es mayor?
- b) Considere un sitio donde se ha realizado *sísmica de prospección* para determinar las características del suelo. Los resultados experimentales indican que las velocidades de onda en el sitio son: $V_p = 1800$ [m/s] y $V_s = 962$ [m/s]. Adicionalmente, se ha determinado que la *densidad del suelo* es $\rho = 2.1$ [tonf/m³]. ¿Cuánto valen el *módulo de elasticidad E* y el *módulo de rigidez G* del sitio y en que unidades se expresan? ¿Cuánto valen las correspondientes *constantes de Lamé*, λ y μ , y en que unidades se expresan estas?
- c) Determine las *velocidades de propagación* de las ondas P y S, en los materiales *acero* y *hormigón*. Para esto, considere los siguientes datos:

$$\rho_{\text{acero}} = 7.85 \text{ [grf/cm}^3\text{]}$$

$$E_{\text{acero}} = 2.1 \cdot 10^7 \text{ [tonf/m}^2\text{]}$$

$$\nu_{\text{acero}} = 0.3 [\]$$

$$\rho_{\text{hormigón}} = 2.4 \text{ [grf/cm}^3\text{]}$$

$$E_{\text{hormigón}} = 250.000 \text{ [tonf/m}^2\text{]}$$

$$\nu_{\text{hormigón}} = 0.2 [\]$$