

## EJERCICIO N°8 (optativo)

Utilice el software **MATHCAD** para desarrollar lo siguiente:

**Tensor Intensidad de Arias:** Este índice de intensidad representa la suma de energía disipada por unidad de masa por un conjunto de osciladores elásticos amortiguados cuyas frecuencias están distribuidas uniformemente en el intervalo  $0 \leq \omega \leq \infty$ . Se relaciona con la **capacidad de los movimientos sísmicos de producir daño en las estructuras**.

De acuerdo a su definición original, la intensidad en un punto 0 es un **tensor** representado por la

matriz:  $I = [I_{rs}] \quad r, s = x, y, z$ , cuyos elementos están dados por: 
$$I_{rs} = \frac{\pi}{2g} \int_0^{t_o} a_r(t) a_s(t) dt,$$

donde  $a_r(t)$ , para  $r = x, y, z$ , son las componentes de los **registros de aceleración** en el punto 0 en las direcciones de los ejes, en un sistema de ejes cartesianos rectangulares de coordenadas 0xyz.  $t$  es el **tiempo** y  $t_o$  es la **duración total del registro**.

Se pide:

- i) **Genere arreglos con las trazas:** Dados los registros de aceleraciones de un Sismo A y un Sismo B, utilice las funciones incorporadas en el software para leer los registros y generar los arreglos correspondientes a cada una de las trazas de los registros (componentes: norte-sur, este-oeste y vertical). La **taza de muestreo** corresponde a 200 muestras por segundo y las **unidades** de aceleración corresponden al sistema [cgs].
- ii) **Grafique las trazas:** Determine el **número de puntos** de cada traza y a partir de ahí, calcule la **duración** de los registros en segundos. Determine la **aceleración máxima** en cada caso (valores máximos o mínimos), medida en fracciones de [g] (aceleración de gravedad). Con estos datos, grafique las tres trazas de cada sismo, rotulando adecuadamente los ejes y el título de cada gráfico.
- iii) **Calcule el tensor Intensidad:** Utilizando la definición calcule los 9 elementos del tensor, para cada uno de los sismos dados. ¿En que unidades quedan expresados estos valores?
- iv) **Diagonalice los tensores:** Determine los **vectores propios** de los tensores de cada uno de los sismos y utilícelos para diagonalizarlos. Recuerde que, la función que calcula los vectores propios en MATHCAD los “arroja” en columnas, por lo tanto, la expresión que debe utilizar para diagonalizarlos es:  $[I'] = [vec]^T [I] [vec]$ .
- v) **Calcule la Intensidad Escalar de Arias:** Como se sabe, cualquier rotación de ejes coordenados alrededor del punto 0 va a preservar el **primer invariante** o **traza** del tensor. Se define la Intensidad Escalar de Arias como:

$$I_o = tr[I] = I_{xx} + I_{yy} + I_{zz} = I_1 + I_2 + I_3.$$

Calcule este parámetro para cada uno de los sismos. ¿En base al valor numérico obtenido, cuál de los dos sismos es más “**destructivo**”, el sismo A o el sismo B?

- vi) **Calcule el Índice de Directividad de Arias:** Una manera de expresar en términos relativos la falta de isotropía del tensor de intensidad, es definiendo el número no negativo

$$\delta, \text{ directividad, como: } \delta^2 = \frac{1}{2(I_o)^2} [(I_1 - I_2)^2 + (I_2 - I_3)^2 + (I_3 - I_1)^2].$$

Calcule este parámetro para cada uno de los sismos. ¿En base al valor numérico obtenido, cuál de los dos sismos presenta **mayor anisotropía** de su tensor intensidad?