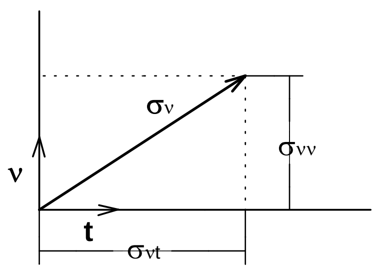
CI 42F MECÁNICA DE SÓLIDOS II
Semestre Primavera 2004
Prof.: Juan Gmo. Valenzuela B.

EJERCICIO N°5

1. Dado un estado tensional en un punto de un cuerpo, deduzca expresiones que permitan calcular las **direcciones** en que se producen las **máximas componentes tangenciales de tensiones** y **cuanto valen** éstas.

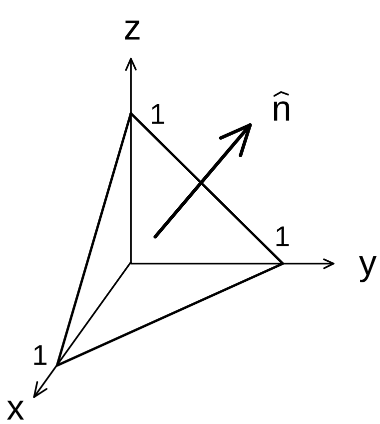


Para esto, haga coincidir los ejes coordenados con las direcciones principales de tensiones en el punto, obteniendo que la tensión en una dirección cualquiera ν_i se expresa como $\sigma_{\nu i} = \nu_i \sigma_i$ y su proyección sobre la normal al plano se expresa como $\sigma_{\nu\nu} = \nu_k \sigma_{\nu k} = \nu_k^2 \sigma_k$ (Ver figura adjunta).

A continuación, utilizando el Teorema de Pitágoras y la condición $\nu_k \nu_k = 1$, deduzca una expresión para evaluar el **esfuerzo de corte máximo** en función de las tensiones principales.

Finalmente, para obtener las **direcciones** en las cuales se producen los cortes máximos, resuelva el sistema de ecuaciones anterior para obtener ν_i^2 en función de $\sigma_{\nu\nu}$, $\sigma_{\nu t}$ y σ_i .

2. Se definen como ***"planos octaédricos"*** aquellos que forman ángulos iguales con los 3 ejes principales. Existen 8 de estos planos en un punto. En este caso se pide:



a) Utilizar la expresión obtenida en el problema anterior para demostrar que la **tensión de corte** τ_o en un plano octaédrico está dada por:

$$9\tau_o^2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 .$$

b) Verificar que en términos de las **invariantes de tensiones** se tiene que:

$$9\tau_o^2 = 2I_1^2 - 6I_2 .$$

c) Verificar que la **tensión normal octaédrica** vale $\frac{1}{3} I_1$.

3. Considerando el siguiente tensor de tensiones, se pide:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -3 \\ 2 & -12 & 1 \\ -3 & 1 & -9 \end{pmatrix}$$

i) Escribir el tensor original como la **suma** de un tensor esférico σ_{ij}^{esf} más un tensor desviatórico σ_{ij}^{d} .

ii) Determinar las **invariantes** I_1, I_2, I_3 del tensor original σ_{ij} .

iii) Determinar las **invariantes** I_1^d, I_2^d, I_3^d del tensor desviatórico σ_{ij}^d .

iv) Verificar las siguientes relaciones entre los invariantes de ambos tensores: $I_1^d = 0$, $I_2^d = I_2 - 3\sigma_o^2$ y $I_3^d = I_3 - I_2\sigma_o + 2\sigma_o^3$.