CI 42F MECÁNICA DE SÓLIDOS II
Semestre Primavera 2004
Prof.: Juan Gmo. Valenzuela B.

EJERCICIO N°3

Utilice el **software MATHCAD** para implementar en **notación indicial** lo siguiente:

1. Evalúe $\delta_{ij}\delta_{ij}$ y $e_{ijk}e_{jki}$. Recuerde que en **MATHCAD** la función **Delta de Kronecker** se indica como $\delta(i,j)$ y que el **Tensor de Permutación** se indica como $\varepsilon(i,j,k)$.

2. Calcule el **producto punto** $\vec{a}\cdot\vec{b}$, el **producto cruz** $\vec{a}\times\vec{b}$ y el **triple producto escalar** $\vec{a}\times\vec{b}\cdot\vec{c}$ de los siguientes vectores: $a^T=(1\quad 2\quad 3)$, $b^T=(4\quad 5\quad 6)$ y $c^T=(1\quad 3\quad 8)$. Verifique sus resultados utilizando las funciones predefinidas del software.

3. Utilice la **definición** de transformación de un tensor de primer orden ($A'_r = a_{ri}A_i$) para obtener las nuevas coordenadas del vector $A^T=(0\quad 1\quad -1)$, considerando la siguiente matriz de transformación: $a_{ij}=\begin{bmatrix} 0.48 & -0.36 & 0.80 \\ 0.60 & 0.80 & 0.00 \\ -0.64 & 0.48 & 0.60 \end{bmatrix}$. Verifique sus cálculos utilizando el producto de matrices definido en el software.

4. Verifique utilizando notación indicial, las propiedades de **ortogonalidad de filas** ($a_{ij}a_{kj}=\delta_{ik}$) y la **ortogonalidad de columnas** ($a_{ji}a_{jk}=\delta_{ik}$), de la matriz del ejercicio anterior.

5. Considerando la matriz σ_{ij} definida a continuación, calcule los **invariantes principales** I_1, I_2 y I_3 utilizando notación indicial. Verifique el valor de I_1 utilizando la función **"traza"** y el valor de I_3 utilizando la función **"determinante",** implementados en el software.
$$\sigma_{ij}=\begin{bmatrix} 0.2500 & -2.4495 & -0.4330 \\ -2.4495 & 2.0000 & -1.4142 \\ -0.4330 & -1.4142 & 0.7500 \end{bmatrix}.$$

6. Utilice los valores de los invariantes principales del ejercicio anterior para establecer su **ecuación característica**. Resuelva esta ecuación utilizando funciones predefinidas del software (por ejemplo: "raíces de polinomios") para obtener sus **raíces**.

7. Utilice funciones predefinidas del software para establecer los **valores y vectores propios** a partir de la matriz σ_{ij} original. ¿Coinciden los valores propios con las raíces del polinomio característico?

8. ¿Cómo deben disponerse los **vectores propios**, para que después de una adecuada multiplicación de matrices, se obtenga una matriz transformada que posea los valores propios en la diagonal principal y los otros términos nulos? ¿Cual es la **expresión matricial** que representa este resultado?

9. Finalmente, utilice la **definición de transformación de un tensor de segundo orden** $A'_{rs}=a_{ri}a_{sj}A_{ij}$, para verificar la expresión matricial establecida en el punto anterior.