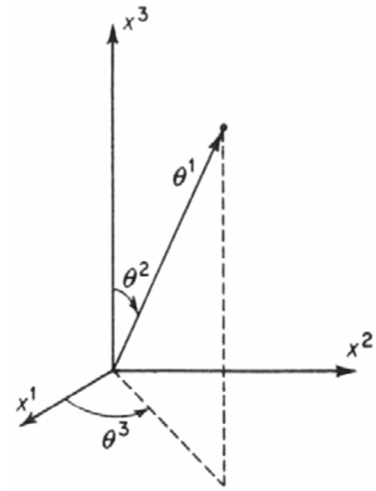
CI 42F MECÁNICA DE SÓLIDOS II
Semestre Primavera 2004
Prof.: Juan Gmo. Valenzuela B.

EJERCICIO N°2

1. Establezca el ***Tensor Métrico Euclidiano en coordenadas esféricas*** y su correspondiente ***expresión para el cuadrado de la longitud de un elemento de línea***. Para esto, considere las siguientes expresiones para las componentes de este tensor, del elemento de línea y de la definición de la transformación:



$$g_{kt}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = \frac{\partial x_i}{\partial \theta_k}\frac{\partial x_i}{\partial \theta_t} \qquad ds^2 = g_{kt} d\theta_k d\theta_t$$

$$x_1 = \theta_1 \sin\theta_2 \cos\theta_3 ,$$

$$x_2 = \theta_1 \sin\theta_2 \sin\theta_3 ,$$

$$x_3 = \theta_1 \cos\theta_2 .$$

2. Considere la siguiente ***matriz de transformación de coordenadas*** a_{ij}, se pide:

	y_1	y_2	y_3
y_1'	$\frac{12}{25}$	$-\frac{9}{25}$	$\frac{4}{5}$
y_2'	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	0
y_3'	$-\frac{16}{25}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{3}{5}$

a) Verificar si se satisfacen las condiciones de ***ortogonalidad***: $a_{ij}a_{kj} = \delta_{ik}$ y $a_{ji}a_{jk} = \delta_{ik}$.

b) Verificar si el punto cuyas coordenadas en el sistema y_i son $(0 \quad 1 \quad -1)$, ***coincide con el punto*** cuyas coordenadas en el sistema $y_i^{'}$ son $\left(-\frac{29}{25} \quad \frac{4}{5} \quad -\frac{3}{25}\right)$.

c) Verificar si los siguientes dos ***planos coinciden***: $2y_1 - \frac{1}{3}y_2 + y_3 = 1$, $\frac{47}{25}y_1^{'} + \frac{14}{15}y_2^{'} - \frac{21}{25}y_3^{'} = 1$.

3. Calcule la ***matriz de rotación*** del cambio de ejes x_i a $x_i^{'}$ obtenido mediante el proceso siguiente:

a) Giro en 30° en torno al eje x_1 .

b) Giro en -60° en torno el nuevo eje x_2 .

c) Giro en 45° en torno al nuevo eje x_3 .

d) Si se realizan los giros ***en orden inverso***, es decir, primero 45° en torno al eje x_3 , luego -60° en torno al nuevo eje x_2 y finalmente 30° en torno al nuevo eje x_1 , ¿se obtiene el mismo resultado?