CI 42F MECÁNICA DE SÓLIDOS II
Semestre Primavera 2004
Prof.: Juan Gmo. Valenzuela B.

EJERCICIO N°1

1. **Verifique** las siguientes identidades:

   a) $u_i = \delta_{ij} u_j$.

   b) $v_{jk} = \delta_{ij} v_{ik}$.

   c) $\delta_{ij}\delta_{ij} = 3$.

   d) $\delta_{ij}\delta_{jk}\delta_{km}\delta_{mn} = \delta_{in}$.

   e) $e_{ijk} e_{jki} = 6$.

   f) $e_{ijk} A_j A_k = 0$.

2. La ***identidad* "$e - \delta$"** establece que:

$$e_{ijk}e_{irs} = e_{jki}e_{irs} = \delta_{jr}\delta_{ks} - \delta_{js}\delta_{kr} ,$$

en que e_{ijk} es el ***tensor permutación*** y δ_{ij} es el ***tensor Delta de Kronecker***. Utilice esta relación para **verificar** las siguientes identidades vectoriales:

   a) $\vec{\nabla}\times(\vec{A}\times\vec{B}) = (\vec{B}\cdot\vec{\nabla})\vec{A} - (\vec{A}\cdot\vec{\nabla})\vec{B} + (\vec{\nabla}\cdot\vec{B})\vec{A} - (\vec{\nabla}\cdot\vec{A})\vec{B}$.

   b) $\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{A}) - \vec{\nabla}^2\vec{A}$.

   c) $\vec{\nabla}\times\vec{q} = 2\vec{w}$ si $\vec{q} = \vec{w}\times\vec{r}$.

3. **Demostrar** que ε_{ij}^{e} es un tensor de orden 2, con:

$$\varepsilon_{ij}^{e} = \frac{1}{2}\left(u_{i,j} + u_{j,i} - u_{k,i}\cdot u_{k,j}\right).$$

HINT: Por propiedad de linealidad hay que demostrar que la **derivada** de un tensor es un tensor, y que el **producto** de un tensor es un tensor:

Si x_l y u_i son tensores, se tiene que: $x_l = a_{jl}x'_j \quad \Rightarrow \quad \dfrac{\partial x_l}{\partial x'_j} = a_{jl}$,

y también que: $u'_i = a_{ik}u_k \quad \Rightarrow \quad \dfrac{\partial u'_i}{\partial x_l} = a_{ik}\dfrac{\partial u_k}{\partial x_l}$.