

Flujo Superficial

A continuación el desarrollo detallado del cálculo de la altura de flujo superficial. Considere la situación de la figura:

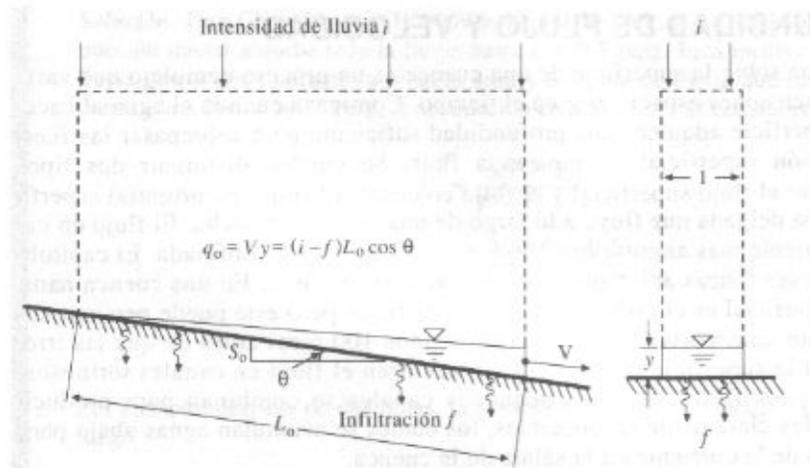


FIGURA 5.6.1
Flujo permanente en un plano uniforme bajo lluvia.

Fuente: Hidrología Aplicada (Chow, Maidment, Mays, 1994)

Aplicando continuidad se obtiene,

$$q_0 = Vy = (i - f)L_0 \cos \theta \quad (1.1)$$

Fe de erratas: La ecuación (1.1) define el **producto** $V \times y$, **NO** V_y como se indicó en clases!!!

Aplicando conservación de momentum para flujo laminar en un plano inclinado, la velocidad promedio esta dada por

$$V = \frac{gS_0 y^2}{3\nu} \quad (1.2)$$

donde g es la aceleración de gravedad y ν es la viscosidad cinemática del fluido. Para flujo uniforme se tiene $S_0 = S_f = h_f / L$, y se reordena (1.2) para obtener

$$h_f = \frac{24\nu}{Vy} \frac{L}{4y} \frac{V^2}{2g} \quad (1.3)$$

que tiene una forma similar a la ecuación de Darcy-Weisbach para resistencia al flujo

$$h_f = f \frac{L}{4R} \frac{V^2}{2g} \quad (1.4)$$

con factor de fricción $f = 96/R_e$ donde $R_e = 4VR/\nu$ es el número de Reynolds y el radio hidráulico $R=y$.

Para flujo laminar bajo la lluvia, el factor de fricción f se incrementa con la intensidad de lluvia. Suponer que f tiene la forma C_L/R_e donde C_L es un coeficiente de resistencia. Chow y Yen (1976) proponen la relación

$$C_L = 96 + 108i^{0.4} \quad (1.5)$$

donde i es la intensidad de lluvia en pulgadas por hora.

La ecuación (1.4) se resuelve para y , usando $S_0 = h_f/L$ para flujo uniforme, para obtener

$$y = \frac{fV^2}{8gS_0} \quad (1.6)$$

Luego se substituye V usando $q_0 = Vy$ y resulta

$$y = \left(\frac{fq_0^2}{8gS_0} \right)^{1/3} \quad (1.7)$$

que describe la profundidad de flujo en láminas en un plano uniforme.

Ejemplo: Calcule la altura de escurrimiento, el caudal y la velocidad de flujo generado por una lluvia de intensidad uniforme $i = 1$ mm/hr que cae sobre un plano inclinado impermeable de 100 m de longitud y 5% de pendiente.

Datos:

$$i = 1 \text{ mm/hr} = 2.78 \times 10^{-7} \text{ m/s}$$

$$L_0 = 100 \text{ m}$$

$$S_0 = 5\% \Rightarrow \cos(\theta) = 0.999$$

$$\nu = 1.11 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

Solución:

La infiltración f (no confundir con factor de fricción) es igual cero porque el plano es impermeable:

$$\begin{aligned}q_0 &= (i - f)L_0 \cos \theta \\&= (2.78 \times 10^{-7} - 0) \times 100 \times 0.999 \\&= 2.77 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}\end{aligned}$$

El número de Reynolds es

$$\begin{aligned}R_e &= \frac{4Vy}{\nu} \\&= \frac{4q_0}{\nu} \\&= \frac{4 \times 2.78 \times 10^{-5}}{1.11 \times 10^{-6}} \\&= 100.08\end{aligned}$$

por lo que suposición de flujo laminar se cumple ya que $R_e < 2000$.

El coeficiente de resistencia C_L esta dado por

$$\begin{aligned}C_L &= 96 + 108i^{0.4} \\&= 96 + 108(0.0394)^{0.4} \\&= 126\end{aligned}$$

y el factor de fricción queda $f = C_L / R_e = 126 / 100.08 = 1.259$

La profundidad de ecurrimiento queda dada por

$$\begin{aligned}y &= \left(\frac{fq_0^2}{8gS_0} \right)^{1/3} \\&= \left[\frac{1.259 \times (2.77 \times 10^{-5})^2}{8 \times 9.8 \times 0.05} \right]^{1/3} \\&= 0.00063 \text{ m}\end{aligned}$$

La velocidad promedio V es igual a

$$\begin{aligned}V &= \frac{q_0}{y} \\&= \frac{2.77 \times 10^{-5}}{0.00063} \\&= 0.044 \text{ m/s}\end{aligned}$$