

Una industria produce un residuo industrial líquido conocido como compuesto X. El agua residual de esta industria es impulsada por un sistema de bombeo hasta un estanque ecualizador. Este sistema consiste en un estanque cilíndrico que posee una alimentación por su parte superior y un drenaje en una parte intermedia. *La mezcla en este estanque se puede considerar como completa.* El estanque inicialmente tiene un volumen mínimo de V_0 y una concentración C_0 como se muestra en la Figura 1. Algunos parámetros generales del sistema ecualizador se describe en la Tabla 1.

Tabla 1
Información General

C_0 [mg/L]	V_0 [m³]	C_{IN} [mg/L]	Q_{IN} [m³/hr]	Q_{OUT} [m³/hr]
100	10	200	60	30

Parte 1

Considerando que el contaminante X es un *compuesto conservativo*. Se pide

- Plantear y resolver algebraicamente las ecuaciones de balance de volumen y de masa para un sistema en régimen impermanente. Considere que C es la concentración del compuesto X.

Parte 2

Considere que el contaminante X es un *compuesto NO conservativo*. Se pide:

- Plantear las ecuaciones de balance de volumen y de masa para un sistema en régimen impermanente.
- Utilizando un esquema de aproximación basado en el esquema de diferencias finitas implícito, escriba un código numérico para implementar un programa (tipo EXCEL, MATLAB, FORTRAN, etc) que permita estudiar la evolución de la concentración del compuesto X a la salida del estanque ecualizador. En el informe debe incluir las ecuaciones básicas que utiliza. La tasa de decaimiento del compuesto X sigue una ley de primero orden:

Compuesto X:
$$\frac{dC}{dt} = -k \cdot C$$

- Valide el código numérico implementado con la solución analítica encontrada en la Parte 1. Para ello realice un gráfico comparativo y utilice la solución numérica simulando un compuesto conservativo ($k = 0$ [1/hr]). Analice el efecto de Δt sobre la solución numérica, para ello evalúe la solución numérica con valores de Δt de 0,05; 0,1; 0,2 y 0,3 horas. Elija la discretización temporal que más aproxime la solución analítica.

- e) Analice el efecto de la tasa de decaimiento de primer orden k sobre la concentración a la salida del estanque ecualizador. Evalúe para $k = 0; 0,1; 0,3; 0,5; 1$ y 3 [1/hr]. Comente.

Considere un tiempo total de simulación de 5 hrs.

Parte 3

Considere ahora un sistema en que el caudal Q_{IN} es constante y la concentración de entrada C_{IN} al estanque ecualizador varían en el tiempo, según indican las siguientes expresiones.

$$C_{IN}(t) = \begin{cases} \beta_0 \cdot \exp(\alpha_0 \cdot t) & 0 \leq t < 5 \\ \beta_1 \cdot \exp(\alpha_1 \cdot (t - 5)) & 5 \leq t < 10 \\ \beta_2 \cdot \exp(\alpha_2 \cdot (t - 10)) & 10 \leq t < \infty \end{cases}$$

Donde C_{IN} es una función continua ya que se cumple:

$$\beta_0 = C_{IN}(t_0 = 0), \beta_1 = C_{IN}(t = 5) = \beta_0 \cdot \exp(5 \cdot \alpha_0), \beta_2 = C_{IN}(t = 10) = \beta_1 \cdot \exp(5 \cdot \alpha_1)$$

Tabla 2
Información General

β_0 [mg/L]	C_0 [mg/L]	V_0 [m³]	Q_{IN} [m³/hr]	Q_{OUT} [m³/hr]	α_0 [1/hr]	α_1 [1/hr]	α_2 [1/hr]
200	100	10	60	30	-0,2	0,6	-0,3

- f) Realice un gráfico de la variación de la concentración en el tiempo a la salida del estanque ecualizador. Para ello haga un análisis numérico como el realizado en la Parte 2 y evalúe esta solución para $k = 0,5$ [1/hr]. Compare con los casos de compuesto conservativo y no conservativo en que la concentración de entrada es constante. Comente.

Considere un tiempo total de simulación de 20 hrs.

Parte 4

Considere ahora un sistema en que el caudal Q_{IN} y la concentración de entrada C_{IN} al estanque ecualizador varían en el tiempo, según indican las siguientes expresiones.

$$Q_{IN}(t) = A \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\tau} \cdot t\right) + B$$

$$C_{IN}(t) = D \cdot \exp(\omega \cdot t) + E \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t\right)$$

- g) Realice un gráfico de la variación de volumen en el tiempo dentro del estanque ecualizador.
- h) Realice un gráfico de la variación de la concentración en el tiempo a la salida del estanque ecualizador. Para ello haga un análisis numérico como el realizado en la Parte 2 y evalúe

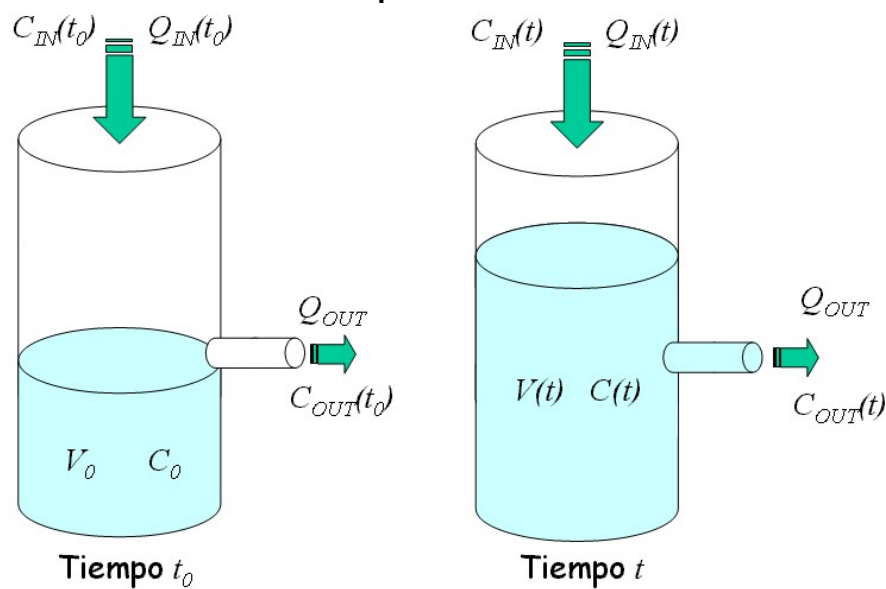
esta solución para distintos valores de la constante de reacción ($k = 0; 0,1; 0,3; 0,5; 1$ y 3 [1/hr]). Comente.

Tabla 3
Información General

C_0 [mg/L]	V_0 [m ³]	Q_{OUT} [m ³ /hr]	A [m ³ /hr]	B [m ³ /hr]	τ [hr]	D [mg/L]	E [mg/L]	T [hr]	ω [1/hr]
100	10	30	30	60	6	200	100	4	0,03

Considere un tiempo total de simulación de 20 hrs.

Figura 1
Estanque Ecualizador



Fecha de entrega: Viernes 07 de Septiembre, hasta las 16:00 horas en Secretaría (Patricia Silva), 1er piso, Edificio Civil, Formato de presentación en papel y debe contar con un timbre del departamento. Se evaluará metodología de trabajo (80%) y presentación (20%).

OJO: La tarea es de carácter individual. La copia será sancionada según reglamento de la escuela.

- Se debe entregar un informe que detalle el análisis analítico y numérico del trabajo.
- Mostrar resultados en base a gráficos y valores cuando sea necesario.
- No interesan planillas EXCEL u otros códigos numéricos en lenguajes computacionales, tampoco grandes tablas en el informe.

Esquema de Diferencias Finitas

Si tenemos una ecuación diferencial del tipo:

$$\frac{dC_i}{dt} = f(C_1, C_2, C_3) \quad (1)$$

podemos utilizar diversos esquemas numéricos para evaluar la evolución temporal de la concentración de la especie i.

El esquema más simple de aproximación en Diferencias Finitas se denomina esquema **explícito** y consiste en la siguiente ecuación de diferencias:

$$\frac{dC_i}{dt} \approx \frac{C_i^{k+1} - C_i^k}{\Delta t} = f(C_1^k, C_2^k, C_3^k) \quad (2)$$

donde C_i^k se refiere a la concentración de la especie i en el tiempo k, y Δt es el intervalo de tiempo para la discretización. La ecuación anterior se puede simplificar en forma importante al suponer que las condiciones en el período de tiempo k son conocidas. De esta manera se puede escribir:

$$C_i^{k+1} = C_i^k + \Delta t \cdot f(C_1^k, C_2^k, C_3^k) \quad (3)$$

que representa la concentración de la especie i en el período de tiempo k+1, suponiendo que las concentraciones en el período k son conocidas.

El esquema anterior presenta problemas de estabilidad y convergencia, por lo que a menudo se prefiere utilizar un esquema de tipo **implícito**, en el cual la ecuación original se expresa como:

$$\frac{dC_i}{dt} \approx \frac{C_i^{k+1} - C_i^k}{\Delta t} = f(C_1^{k+1}, C_2^{k+1}, C_3^{k+1}) \quad (4)$$

con lo cual la concentración de la especie i en el tiempo k+1 se puede calcular como:

$$C_i^{k+1} - \Delta t \cdot f(C_1^{k+1}, C_2^{k+1}, C_3^{k+1}) = C_i^k \quad (5)$$

La última expresión permite calcular el valor de la concentración de la especie i en el tiempo k+1, para lo cual se requiere conocer la forma de la función f().