

PAUTA AUX # 7

P1) Altura crítica: $h_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = 3.995 \text{ [m]}$

1/2

Altura Normal: Canal muy ancho: $\frac{q}{\sqrt{1}} = h_N^{5/3} \Rightarrow h_N = \left(\frac{q}{\sqrt{1}}\right)^{3/5} = 6.684 \text{ [m]}$

Como $h_N > h_c \Rightarrow$ tenemos Pendiente Suave $\Rightarrow h_4 = h_N = 6.684 \text{ [m]}$

Entre (3) y (4) hay ensanche brusco $\Rightarrow \frac{h}{X_0} + \frac{1}{2} X_0 X_1' = \frac{1}{X_1} + \frac{X_1'^2}{2} \quad (1)$

Suponiendo río antes y después del ensanche $\Rightarrow X_1' = X_0$

$n = \frac{b_4}{b_3} = \frac{12}{10} = 1.2$; $X_1 = \frac{h_4}{h_{c4}} = \frac{6.684}{3.995} = 1.673$

$\Rightarrow \frac{1.2}{X_0} + \frac{X_0^2}{2} = \frac{1}{1.673} + \frac{1.673^2}{2} = 1.997$ $X_0 = 1.570 \text{ (río)}$
 $X_0 = 0.679 \text{ (torrente)}$ $X_0 = \frac{h_3}{h_{c4}} \Rightarrow h_3 = 6.772 \text{ [m]}$

Entre (2) y (3), ensanche brusco.

$h_{c3} = h_{c4} \left(\frac{b_4}{b_3}\right)^{2/3} = 4.511 \text{ [m]} \Rightarrow X_1 = \frac{6.772}{4.511} = 1.390$; $n = \frac{10}{10-28}$

(1): $\frac{n}{X_0} + \frac{X_0^2}{2} = \frac{1}{X_1} + \frac{X_1^2}{2} \Leftrightarrow \frac{n}{X_0} + \frac{X_0^2}{2} = \frac{1}{1.390} + \frac{1.390^2}{2} = 1.685 \quad (2)$; $X_0 = \frac{h_2}{h_{c3}}$

¿Cómo determinar ϵ ? Gráfico de Lesbros y Escande para la contracción lateral (6.11). Darse $h_2 \rightarrow \frac{h_2}{b_0} \rightarrow \frac{h_2}{h_3}$ } gráfico $\rightarrow \frac{\epsilon}{h_2} \rightarrow \epsilon \rightarrow (2) \rightarrow X_0 \rightarrow h_2$

h_2	h_2/b_0	h_2/h_3	ϵ/h_2	ϵ	n	X_0	h_2
6.000	0.6	0.957	0.19	1.14	1.295	N.E	-
5.5	0.55	0.877	0.17	0.935	1.230	N.E	-
5.0	0.5	0.797	0.14	0.7	1.162	1.191	5.374
5.2	0.52	0.829	0.15	0.760	1.185	1.119	5.046
5.1	0.51	0.813	0.145	0.740	1.174	1.160	5.233
5.15	0.515	0.821	0.148	0.762	1.180	1.140	5.145

$\Rightarrow h_2 = 5.145$

Como estamos en una contracción lateral, hay que verificar la $l_z^{2/2}$ longitud del ensanche (6.9)

$$b_2 = b_3 - 2\varepsilon = 10 - 2 \cdot 0,762 = 8,476; \quad \frac{b_3}{b_2} = \frac{10}{8,476} = 1,18 \sim 1,2; \text{ ensanche brusco } \Rightarrow \alpha = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{L}{b_3} = 1,1 \Rightarrow L = 1,1 \cdot 10 = 11; \quad 11 + 2\varepsilon = 12,52 < 15 \Rightarrow \text{suposición correcta}$$

Entre (1) y (2) hay un angostamiento brusco. Pero no hay pérdida de energía. En un angostamiento, la pérdida se da cuando el flujo disminuye su velocidad, i.e., cuando aumenta su ancho. Es análogo al caso de la compuerta, en el que la pérdida es despreciable hasta la sección de máxima contracción.

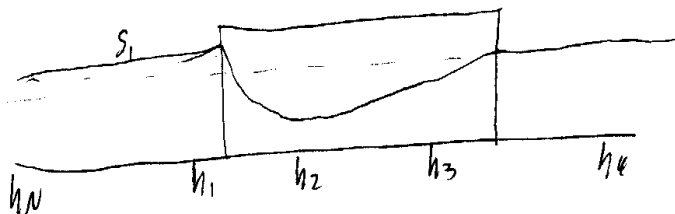
$$q_2 = q_1 \frac{b_1}{b_2} = \frac{25 \cdot 12}{8,476} = 35,394 \text{ [m}^3\text{/s/m]} \Rightarrow E_2 = h_2 + \frac{q_2^2}{2gh_2} = 7,560 \text{ [m]}$$

$$E_1 = h_1 + \frac{q_1^2}{2gh_1^2} = 7,56 \Rightarrow h_1 = 6,888 \text{ [m]} \text{ (río)} \quad \checkmark$$

$$h_1 = 2,514 \text{ [m]} \text{ (torrente)} \quad \times$$

$$\therefore h_1 = 6,888 \text{ [m]}$$

= Veamos el eje hidráulico que resulta.



PAUTA P2

a) En clases se determinó el coeficiente de gasto suponiendo crisis sobre la grada y usando la ley de resistencia de Chèzy:

$$q = m\sqrt{2gh}; \quad m = \frac{2}{\left[3 + \lambda_e + \frac{2g}{C} \left(\frac{e}{h_C}\right)^2\right]^{3/2}}$$

Llamando A y B a las secciones aguas arriba y abajo de la grada, tenemos:

$$B_A = B_B + \lambda, \text{ donde } B_A = h_V + \frac{q^2}{2g(h_V + a)^2} \text{ y } B_B = E_C = \frac{3}{2}h_C$$

La pérdida singular de entrada se desprecia por tener aristas redondeadas.

$$\lambda = \lambda_f = J \cdot e$$

$$\text{Utilizando Manning, } J = \left(\frac{Qn}{AR^{2/3}}\right)^2$$

$$\text{Pero, } A = b \cdot h_C \text{ y } R = \frac{b \cdot h_C}{b + 2h_C}; \text{ además, } h_C = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}$$

$$\Rightarrow J = \frac{gn^2 \left[b + 2 \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \right]^{4/3}}{b^{4/3} \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/9}}$$

Reemplazando todo esto en la ecuación de conservación del Bernoulli se llega a:

$$h_V + \frac{q^2}{2g(h_V + a)^2} = \frac{3}{2} \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} + \frac{egn^2 \left[b + 2 \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \right]^{4/3}}{b^{4/3} \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/9}}$$

b) $h_V = h_0 - a = 0,5 \text{ [m]}$

La ecuación debe ser resuelta en forma iterativa, con lo que se llega a:

$$q_1 = 0,616 \text{ [m}^3/\text{s/m]} \Rightarrow Q = q_1 \cdot b_1 = 1,23 \text{ [m}^3/\text{s]} \Rightarrow q_2 = \frac{Q}{b_2} = 0,351 \text{ [m}^3/\text{s/m]}$$

c) Veamos las alturas críticas y normales de cada tramo:

Tramo 1:

$$h_{C1} = \left(\frac{q_1^2}{g} \right)^{1/3} = 0,338 \text{ [m]} \quad \frac{Qn}{\sqrt{i}} = \frac{(b \cdot h_N)^{5/3}}{(b + 2h_N)^{2/3}} \Rightarrow h_{N1} = 0,540 \text{ [m]} \quad h_{C1} < h_{N1} \Leftrightarrow \text{P.S.}$$

Tramo 2:

$$h_{C2} = \left(\frac{q_2^2}{g} \right)^{1/3} = 0,233 \text{ [m]} \quad \frac{Qn}{\sqrt{i}} = \frac{(b \cdot h_N)^{5/3}}{(b + 2h_N)^{2/3}} \Rightarrow h_{N2} = 0,780 \text{ [m]} \quad h_{C2} < h_{N2} \Leftrightarrow \text{P.S.}$$

En el tramo intermedio se alcanza la altura normal hacia aguas arriba. Hay que verificar que no haya influencias de aguas abajo en la grada. Utilizando la notación de Don Pancho:

$$K = \frac{a}{h_{C1}} \Rightarrow K = 1,479; \quad X_1 = \frac{h_{N1}}{h_{C1}} = 1,598$$

$$K_{\text{lim}} = \sqrt{X_1^2 + 2 \left(\frac{1}{X_1} - 1 \right)} - 1 = 0,344 < K$$

Por lo tanto, no hay influencias de aguas abajo.

Ahora hay que ver qué ocurre en la grada de bajada con ensanche brusco.

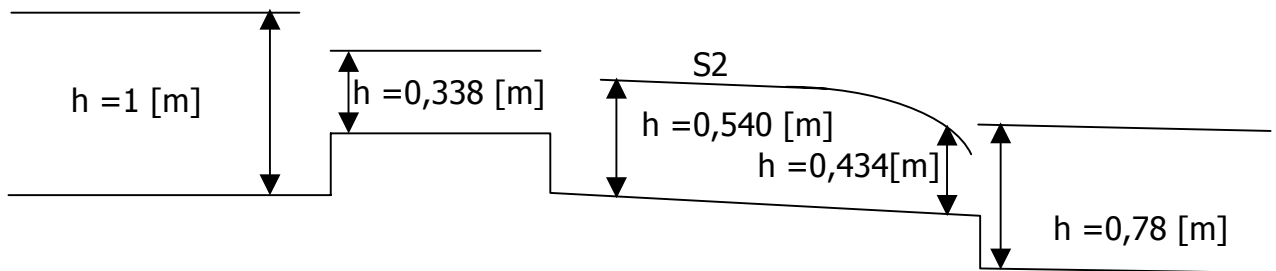
Aguas abajo se tiene la altura normal del tramo 2. Utilizando la notación de Don Pancho:

$$h_{N2} = 0,780[\text{m}] \quad h_{C1} = 0,233[\text{m}] \Rightarrow X_1 = \frac{h_{N2}}{h_{C1}} = 3,348$$

$$\text{Además: } K = \frac{a}{h_{C1}} = 1,288; \quad n = \frac{b_1}{b_0} = 1,75$$

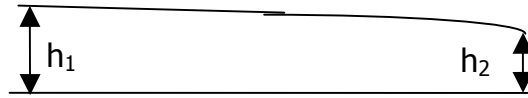
$$\text{Como es un caso río - río, } \varepsilon = 1 \Rightarrow \frac{n}{X_0} + \frac{(X_0 + K)^2}{2} = \frac{1}{X_1} + \frac{X_1^2}{2}$$

$$\text{Resolviendo iterativamente se llega a: } X_0 = 1,864 \Rightarrow h_0 = 0,434[\text{m}]$$



P3

a) Analicemos lo que ocurre en un tramo



Se tiene un eje del tipo H2, llamando h_1 y h_2 a las alturas de escurrimiento en los extremos de aguas arriba y abajo de cada tramo, se tiene que $h_1 > h_2$.

$$h_C = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} = 0,742[\text{m}] \Rightarrow h_2 = 1,1 \cdot h_C = 0,816[\text{m}]$$

Calculamos el eje hidráulico: $\frac{dh}{dX} = \frac{i - J}{1 - Fr^2}$

Chèzy: $v = c\sqrt{RJ}$

Canal muy ancho: $R = h \Rightarrow J = \frac{v^2}{c^2 h}$

$$\frac{dh}{dX} = \frac{-\frac{q^2}{c^2 h^3}}{1 - \frac{q^2}{gh^3}} = \frac{-\frac{q^2}{c^2}}{h^3 - \frac{q^2}{g}} \Leftrightarrow \left(h^3 - \frac{q^2}{g} \right) dh = -\frac{q^2}{c^2} dX$$

$$\int_{h_2}^{h_1} \left(h^3 - \frac{q^2}{g} \right) dh = -\left(\frac{q}{c} \right)^2 \int_L^0 dX \Leftrightarrow \frac{h_1^4}{4} - \frac{q^2}{g} h_1 - \left(\frac{h_2^4}{4} - \frac{q^2}{g} h_2 \right) = \left(\frac{q}{c} \right)^2 L$$

Reemplazando por los valores de c , L , h_0 , g y q , se llega a:

$$h_1^4 - 1,633h_1 - 0,711 = 0$$

Resolviendo en forma iterativa se llega a $h_1 = 1,297 [\text{m}]$

Ahora, para calcular la altura de la grada se utilizan las ecuaciones adimensionales que Don Pancho derivó del TCM:

$$\frac{n}{X_0} + \frac{X'(X_0 + K)}{2} = \frac{1}{X_1} + \frac{X_1^2}{2}$$

No hay cambio de ancho $\Rightarrow n = 1$

Además, se tiene río – río $\Rightarrow X' = (X_0 + K)$

Reemplazando esto es posible despejar K como: $K = \sqrt{\frac{2}{X_1} + X_1^2} - \frac{2}{X_0} - X_0$

$$X_0 = \frac{h_1}{h_C} = 1,748; \quad X_1 = \frac{h_2}{h_C} = 1,1; \quad \Rightarrow \quad K = 0,443$$

$$K = \frac{a}{h_C} \quad \Rightarrow \quad a = 0,329[\text{m}]$$

b) Al inicio del canal la cota será $Z_0 = Z_F + 3 \cdot 0,329 = 56,987 [\text{m}]$

$$\text{A eso hay que sumarle la energía: } E = h_1 + \frac{q^2}{2gh_1^2} = 1,418[\text{m}]$$

Por lo tanto, el nivel de energía en el embalse es $56,987 + 1,418 = 58,405 [\text{m}]$

c) Haciendo conservación de energía aguas arriba y abajo de una de las gradas se tiene:

$$E_2 + a = E_1 + \lambda \quad \Leftrightarrow \quad \lambda = E_2 - E_1 + a = h_1 + h_2 + \frac{q^2}{2g} \left(\frac{1}{h_1} - \frac{1}{h_2} \right) + a = 0,033[\text{m}]$$