

PAUTA A7

P1

a) Lo primero es determinar el caudal con la expresión $q = mh\sqrt{2gh}$, con $m = 0,434$

Pero hay que corregir por velocidad de aproximación:

$$m = 0,434 \cdot \left[1 + 0,486 \left(\frac{h_0}{a' + h_0} \right)^2 \right] = 0,470$$

Utilizando el valor corregido del coeficiente se llega a:

$$q = 0,729 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}} \right] \Rightarrow Q = q \cdot b = 2,187 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]$$

b) Calculamos la altura crítica: $h_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} = 0,379[\text{m}]$

Y la normal: $\frac{Qn}{\sqrt{i}} = \frac{(h_N b)^{5/3}}{(2h_N + b)^{2/3}} \Rightarrow h_N = 0,595[\text{m}] > h_c \Rightarrow \text{P.S.}$

Como la altura de escurrimiento en el extremo de aguas abajo (inmediatamente aguas arriba del vertedero) es $h = h_0 + a' = 1,197[\text{m}] > h_N \Rightarrow$ el eje es un S1.

Como la compuerta fuerza un escurrimiento supercrítico aguas abajo de ella, en alguna parte del tramo entre ésta y el vertedero, debe haber un resalto.

Para ubicar el resalto, es necesario hacer el cálculo del eje S1 desde el vertedero a la compuerta. Luego hay que calcular el eje S3 (suponiendo que el resalto es rechazado) desde la compuerta hacia aguas abajo. Es necesario buscar dos puntos de igual momenta y cuya distancia en el eje X corresponda a la longitud del resalto.

Para calcular el eje hidráulico se resuelve la ecuación del eje:

$$\frac{E_1 - E_2}{i - \bar{J}} = \Delta X$$

Conocido un valor h_1 , hay que darse un h_2 , y así se determina la distancia ΔX entre que se tienen ambas alturas. El procedimiento es el siguiente:

- Conozco h_1
- Con h_1 , calculo E_1 y calculo J_1 (con la ec. de Manning o con otra de resistencia hidráulica)
- Me doy un valor de h_2 .
- Calculo E_2 y J_2
- Determino ΔE y \bar{J}
- Encuentro ΔX con la ecuación del eje.

En este caso particular, es necesario calcular también la momenta asociada a cada altura de escurrimiento. Es más fácil hacerse una tabla:

Eje S1: La altura de aguas abajo la conocemos, es la calculada anteriormente

X [m]	h [m]	J	E [m]	ΔE [m]	\bar{J}	ΔX [m]	M [m ³]
200,00	1,197	0,00016	1,216				
155,34	1,15	0,00018	1,170	0,046	0,00017	44,66	2,125
107,85	1,10	0,00021	1,122	0,048	0,000195	47,76	1,963
59,62	1,05	0,00023	1,075	0,047	0,00021	47,96	1,809
9,09	1,00	0,00027	1,027	0,048	0,00025	50,53	1,663

Eje S3: La altura de aguas arriba es la que está inmediatamente aguas abajo de la compuerta, $\mu \cdot a$

X [m]	h [m]	J	E [m]	ΔE [m]	\bar{J}	ΔX [m]	M [m ³]
0,00	0,06	1,698	7,588				
2,78	0,08	0,662	4,314	-3,274	1,180	2,78	2,042
5,85	0,10	0,320	2,810	-1,504	0,491	3,07	1,641
9,12	0,12	0,177	2,002	-0,808	0,2485	3,27	1,367

De las tablas vemos que el punto $X = 9,09$ del eje S1 y el $X = 5,85$ del S3 tienen valores parecidos en la momenta, y entre ambos queda un espacio en el que se podría desarrollar el resalto. Para calcular la longitud de éste, usamos la expresión de Álamos y Gallardo: $L_R = 18 \cdot h_C - 20 \cdot h_1$, en que h_1 corresponde a la altura de escurrimiento aguas arriba del resalto.

$$L_R = 18 \cdot 0,379 - 20 \cdot 0,10 = 4,82[\text{m}]$$

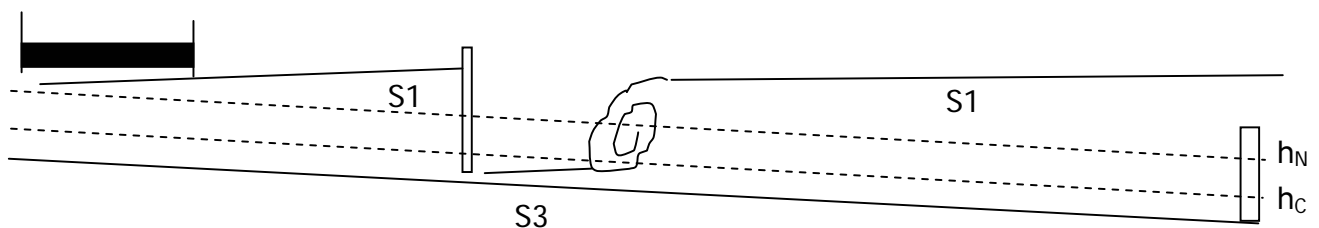
Vemos que la longitud del resalto corresponde aproximadamente al espacio que queda.

Como hemos comprobado que efectivamente se tiene resalto rechazado, en el tramo aguas arriba de la compuerta se tiene un eje S1, cuya altura de escurrimiento aguas arriba de la compuerta podemos encontrar igualando energías:

$$h = \mu \cdot a = 0,06 \Rightarrow E = h + \frac{q^2}{2gh^2} = 7,588$$

La solución de río da una altura de 7,588 [m] (notar que es igual a la Energía, lo que quiere decir que el flujo es tan lento que la altura de velocidad tiende a cero). Esta altura es mayor que la normal, lo que confirma que se trata de un S1.

Veamos un esquema de los ejes:



c) Ya quedó hecha en la parte b).

d) La revancha es la distancia entre la altura de escurrimiento y el puente. Para determinar la altura del agua bajo el puente, es necesario calcular el eje S1 aguas arriba de la compuerta. En este caso no es necesario ir calculando las momentas.

X [m]	h [m]	J	E [m]	ΔE [m]	\bar{J}	ΔX [m]
0,00	7,588	0,0000018	7,588			
-280,83	7,250	0,0000019	7,251	0,337	0,000019	280,83
-489,16	7,000	0,0000021	7,001	0,250	0,000020	208,33
-697,49	6,750	0,0000023	6,751	0,250	0,000022	208,33

Por lo tanto, bajo el puente se tiene $h = 6,75$ [m], y como éste está a una altura de 6,8 [m], entonces la revancha es $6,8 - 6,75 = 0,05$ [m].

P2

a) La ecuación del eje también es posible expresarla como: $\frac{dh}{dX} = \frac{i - J}{1 - Fr^2}$

Como el canal es horizontal, $i = 0$, además, J se obtiene de la ecuación de Manning:

$$J = \left[\frac{Qn}{A \cdot R^{2/3}} \right]^2$$

Si el canal es muy ancho, el radio hidráulico se puede aproximar por la altura de escurrimiento, con lo que se llega a:

$$J = \left[\frac{Qn}{bh^{5/3}} \right]^2 = \left[\frac{qn}{h^{5/3}} \right]^2$$

Además, aproximando a canal rectangular, $Fr^2 = \frac{Q^2 b}{gb^3 h^3} = \frac{q^2}{gh^3}$

$$\Rightarrow \frac{dh}{dX} = \frac{-J}{1 - Fr^2} = \frac{\frac{-q^2 n^2}{h^{10/3}}}{1 - \frac{q^2}{gh^3}} = \frac{-1}{\frac{h^{10/3}}{q^2 n^2} - \frac{h^{1/3}}{gn^2}} = \frac{1}{\frac{h^{1/3}}{gn^2} - \frac{h^{10/3}}{q^2 n^2}}$$

$$\Rightarrow \int_{h_1}^{h_2} \left(\frac{h^{1/3}}{gn^2} - \frac{h^{10/3}}{q^2 n^2} \right) dh = \int_{X_1}^{X_2} dX = L$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{h_2^{4/3}}{gn^2} - \frac{3}{13} \cdot \frac{h_2^{13/3}}{q^2 n^2} - \frac{3}{4} \cdot \frac{h_1^{4/3}}{gn^2} + \frac{3}{13} \cdot \frac{h_1^{13/3}}{q^2 n^2} = L$$

$$b) \ q = \frac{Q}{b} = 1,417 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s/m}} \right]$$

Si el nivel medio es de 5,5 [m] y la variación es de 1 [m], quiere decir que la marea fluctúa entre los 5 y los 6 [m]

Marea alta $\Rightarrow h_2 = 6[\text{m}]$, resolviendo la ecuación, $h_1 = 6,072 [\text{m}]$

Marea baja $\Rightarrow h_2 = 5[\text{m}]$, resolviendo la ecuación, $h_1 = 5,129 [\text{m}]$

Notar que el eje es un H2

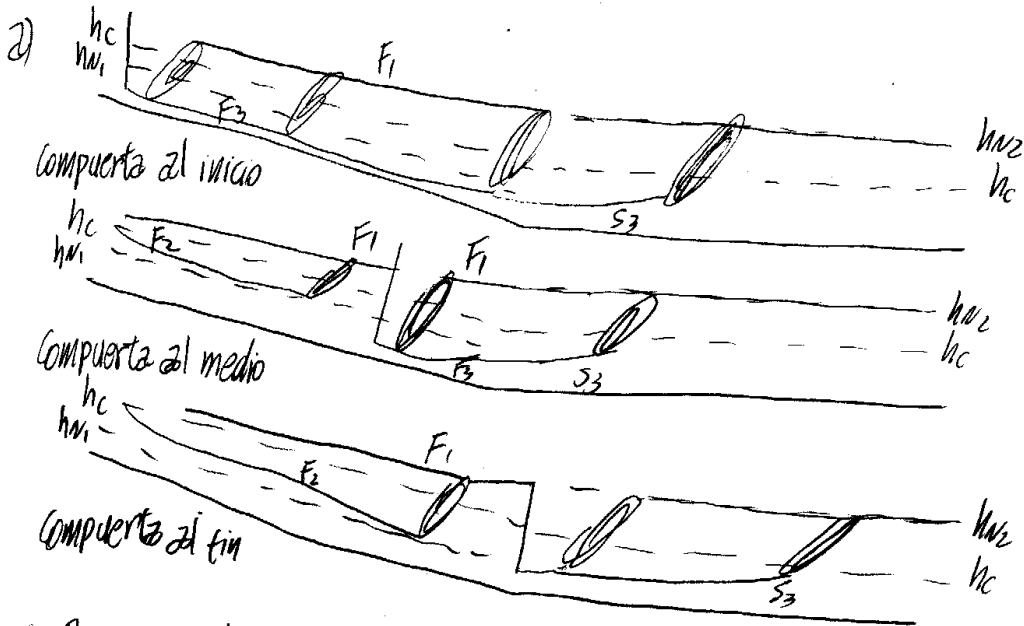
La diferencia de niveles es: $6,072 - 5,129 = 0,943 [\text{m}]$

P2) Primero se calculan las alturas crítica y normales

$$q = \frac{Q}{b} = 4 \text{ [m}^3\text{/s/m]}; h_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = \left(\frac{4^2}{9.8}\right)^{1/3} = 1.178 \text{ [m]}$$

$$\frac{Q_{N1}}{\sqrt{F_1}} = h_{N1} b \left(\frac{h_{N1} b}{2 h_{N1} b}\right)^{2/3} \Rightarrow h_{N1} = 1.048 < h_c \Rightarrow \text{P.F.}$$

$$h_{N2} = 3.132 > h_c \Rightarrow \text{P.S.}$$



b) Para que haya resalto al pie,

$$h_1 = \mu a = 0.611 \cdot 0.9 = 0.55 \text{ [m]}$$

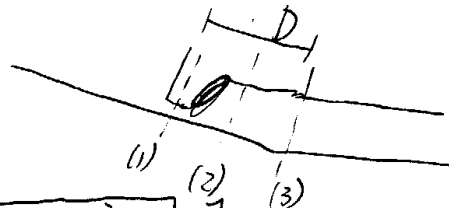
$$h_3 = h_{N2} = 3.132$$

$$\text{Belanger: } h_2 = \frac{h_1}{2} \left[\sqrt{1 + 8 F_{r1}^2} - 1 \right] = \frac{h_1}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \left(\frac{Q^2}{b^2 g h_1^3} \right)} - 1 \right] = 2.177 \text{ [m]}$$

Eje hidráulico: F_1 : desde $h_2 = 2.177$ hasta $h_3 = 3.132$; $\Delta X = \frac{E_1 - E_2}{\bar{J} - 1}$

2 Pasos: De 3.132 a 2.655: $h = 3.132 \Rightarrow E = 3.215 \Rightarrow J = 0.00046$

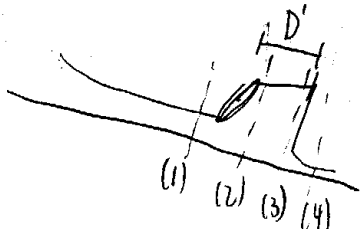
$h = 2.655 \Rightarrow E = 2.771 \Rightarrow J = 0.00069 \Rightarrow \bar{J} = 0.00055 \Rightarrow \Delta X = \frac{3.215 - 2.771}{0.00055 - 0.00046} = 59.6 \text{ [m]}$



De 2,655 a 2,177: $h = 2,177 \Rightarrow E = 2,349 [m] \Rightarrow J = 0,00114 \Rightarrow \bar{J} = 0,00092$ 2/2
 $\Rightarrow \Delta X = \frac{2,771 - 2,349}{0,00092 - 0,008} = -59,6 [m] \Rightarrow \Delta X = 2 \cdot 59,6 = 119,2 [m]$

A eso hay que agregar la longitud del resalto

$L_r = 18 h_c - 20 h_1 = 18 \cdot 1,178 - 20 \cdot 0,55 = 10,2 [m] \Rightarrow D = 119,2 + 10,2 = 129,4 [m]$

d)  $h_1 = h_{m1} = 1,048 [m]$
 $E_3 = E_4$; $E_4 = 0,55 + \frac{4^2}{2 \cdot 9,8055^2} = 3,249 \Rightarrow h_3 = 3,168 [m]$
 Belanger: $h_2 = \frac{h_1}{2} \left[1 + 8 \left(\frac{Q^2}{b^2 g h_1^3} \right) - 1 \right] = 1,317 [m]$

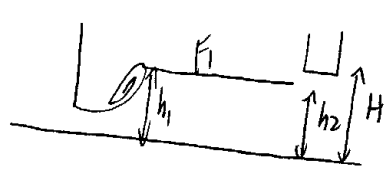
Cálculo del eje: 2 Pasos: De 3,168 a 2,245: $h = 3,168 \Rightarrow J = 0,00045$

$h = 2,245 \Rightarrow E = 2,407 [m]$; $J = 0,00106 \Rightarrow \bar{J} = 0,00076 \Rightarrow \Delta X = \frac{3,249 - 2,407}{0,00076 - 0,008} = -186,4 [m]$

De 2,245 a 1,317: $h = 1,317 \Rightarrow E = 1,788$; $J = 0,00428$

$\Rightarrow \bar{J} = 0,00267$; $\Delta X = \frac{2,407 - 1,788}{0,00267 - 0,008} = -116,1 [m]$

$L_r = 18 \cdot 1,178 - 20 \cdot 1,048 = 0,2 \Rightarrow D' = 116,1 + 186,4 + 0,2 = 302,7 [m]$

d)  $\Delta X = L - L_r$; $\Delta x = \frac{E_1 - E_2}{\bar{J} - i}$; $L_r = 10,2 [m]$
 Y tenemos $h_1 = 2,177$; $E_1 = 2,349 [m]$; $J = 0,00114$
 $E_2 = h_2 + \frac{q^2}{2 g h_2^2}$; $J_2 = \left(\frac{Q n}{b h_2 \left(\frac{b h_2}{b + 2 h_2} \right)^{2/3}} \right)^2$; $\Delta X = \frac{2,349 - E_2}{\bar{J} - 0,008} = 55,8 [m]$

h_2	E_2	J_2	\bar{J}	ΔX
2,6	2,721	0,00073	0,00099	52,6
2,7	2,812	0,00067	0,00091	65,3
2,62	2,739	0,00072	0,00093	55,16
2,625	2,743	0,00071	0,00093	55,72

$\Rightarrow h_2 = 2,625$; revancha: $r = 0,2 \cdot 2,625 = 0,525$

$\Rightarrow H = h_2 + r = 3,15 [m]$