

PAUTA CORREL 3

P₂) Para que en la sección (1) no haya influencia de aguas abajo, debe haber crisis en (1) (1.0)

$$Q = 10 \text{ [m}^3\text{/s]} \Rightarrow q_1 = \frac{Q}{b_1} = \frac{10}{10} = 1 \text{ [m}^3\text{/s]} ; h_c = \left(\frac{q_1^2}{g}\right)^{1/3} = 0.467 \text{ [m]} \quad (0.5)$$

$$\Rightarrow E_1 = E_c = \frac{3}{2} \cdot 0.467 = 0.7 \text{ [m]} \quad (0.5)$$

Para la altura en la poza, debemos conocer E_2 .

$$E_2 = E_1 + a = 0.7 + 0.5 = 1.2 \text{ [m]} \quad (0.5)$$

Como la sección (2) es una poza, la altura de velocidad tiende a cero

$$\Rightarrow h_2 = E_2 = 1.2 \text{ [m]} \quad (0.5)$$

Entre (2) y (3), hay una pérdida de energía dada por:

$$Q = -\lambda \frac{(E_3 - E_2)}{L} \Leftrightarrow \frac{QL}{\lambda} = E_2 - E_3 \Leftrightarrow E_3 = E_2 - \frac{QL}{\lambda} = 1.2 - \frac{10 \cdot 1}{25} = 0.8 \text{ [m]} \quad (1.0)$$

Para encontrar h_3 , resolvemos la expresión de la energía específica

$$E = h + \frac{q^2}{2gh^2} ; q_3 = \frac{Q}{b_3} = 0.667 \text{ [m}^3\text{/s]} ; h_c = \left(\frac{0.667^2}{g}\right)^{1/3} = 0.357 \text{ [m]}$$

Resolviendo encontramos 3 soluciones: $0.761 \text{ [m]} > h_c \Rightarrow$ río, subcrítico
 $0.193 \text{ [m]} < h_c \Rightarrow$ torrente, supercrítico
 $-0.154 \text{ [m]} < 0 \Rightarrow$ sin sentido físico

Como en el enunciado se indica que el escurrimiento en (3) está influenciado por aguas abajo, tenemos régimen subcrítico o de río $\Rightarrow h_3 = 0.761 \text{ [m]}$

(2.0)

Pauta P2

a) Para determinar el caudal, se debe saber, donde ocurre la crisis que actúa como control hidráulico del sistema.

Las secciones "candidatas" a control son (1) y (3); se descarta (2) por estar a la misma cota que (1) y ser más ancha (aumentando el ancho a medida que aumenta la altura).

Siendo H_e la energía disponible por sobre la cota de entrada, se debe analizar la sgte. desigualdad:

$$E_{c1} \geq E_{c3} - a_1$$

Si $E_{c1} > E_{c3} - a_1$, la crisis ocurre en (1)

Si $E_{c3} - a_1 > E_{c1}$, la crisis ocurre en (3)
(eventualmente, puede ocurrir en ambas)

$$E_c = \frac{3}{2} h_c = \frac{3}{2} \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} = \frac{3}{2} \left(\frac{Q^2}{b^2 g} \right)^{1/3} \quad \text{canal rectangular}$$

$$\Rightarrow E_{c1} = \frac{3}{2} \left(\frac{Q^2}{b_1^2 g} \right)^{1/3}; \quad E_{c3} = \frac{3}{2} \left(\frac{Q^2}{b_2^2 g} \right)^{1/3}$$

$$\Rightarrow \frac{E_{c1}}{E_{c3}} = \left(\frac{b_2}{b_1} \right)^{2/3}$$

Tomando la desigualdad y dividiéndola por E_{c1} , se llega a:

$$1 \geq \frac{E_{c3}}{E_{c1}} - \frac{a_1}{E_{c1}} \Rightarrow 1 \geq \left(\frac{b_1}{b_2} \right)^{2/3} - \frac{a_1}{E_{c1}}$$

Al estar comparando energías críticas, E_{c1} corresponde al nivel de energía disponible $\Rightarrow E_{c1} = H_e$ (si se adimensionaliza con E_{c3} , $E_{c3} = H_e + a_1$)

$$\Rightarrow 1 + \frac{a_1}{H_e} \geq \left(\frac{b_1}{b_2} \right)^{2/3} \quad \begin{array}{l} > : \text{crisis en (1)} \\ < : \text{crisis en (2)} \end{array}$$

Para este problema $a_1 = 0,4 \text{ m}$ $b_1 = 2 \text{ m}$
 $H_e = 2 \text{ m}$ $b_2 = 1,6 \text{ m}$

$$\Rightarrow 1,2 > 1,16 \Rightarrow \text{crisis en (1)}$$

$$E_{c1} = H_e = 2 \text{ m} \Rightarrow h_{c1} = \frac{2}{3} E_{c1} = 1,33 \text{ m}$$

$$q_1 = 4,82 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m} \Rightarrow Q = q_1 b_1 = 9,64 \text{ m}^3/\text{s}$$

Otra forma (enfoque tradicional):

Suponer crisis en una sección, calcular caudal, calcular energías críticas y comparar estas últimas para decidir sobre la veracidad del supuesto.

Si suponemos crisis en (3) $\Rightarrow E_{c3} = H_e + a_1 = 2,4 \text{ m}$

$$h_{c3} = \frac{2}{3} E_{c3} = 1,6 \text{ m}$$

$$q_3 = \sqrt{g h_{c3}^3} = 6,336 \text{ m}^3/\text{s/m}$$

$$\Rightarrow Q = q_3 b_2 = 10,137 \text{ m}^3/\text{s}$$

Con esto $q_1 = \frac{Q}{b_1} = 5,069 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $h_{c1} = \left(\frac{q_1^2}{g}\right)^{1/3} = 1,379 \text{ m}$

$$E_{c1} = \frac{3}{2} h_{c1} = 2,07 \text{ m}$$

pero la energía disponible E_1 es $= a H_e = 2 \text{ m}$, o sea $E_1 < E_{c1}$
 \Rightarrow no puede darse este caso.

Si suponemos crisis en (1) $\Rightarrow E_{c1} = H_e = 2 \text{ m}$

$$h_{c1} = \frac{2}{3} E_{c1} = 1,33 \text{ m}$$

$$q_1 = \sqrt{g h_{c1}^3} = 4,82 \text{ m}^3/\text{s/m}$$

$$\Rightarrow Q = q_1 b_1 = 9,64 \text{ m}^3/\text{s}$$

Con esto $q_3 = \frac{Q}{b_2} = 6,025 \text{ m}^3/\text{s/m} \Rightarrow h_{c3} = \left(\frac{q_3^2}{g}\right)^{1/3} = 1,547 \text{ m}$

$$\Rightarrow E_{c3} = 2,32 \text{ m}$$

y la energía disponible E_3 es $= a H_e + a_1 = 2,4 \text{ m} \Rightarrow E_{c3} < E_3$
 \Rightarrow el sistema está correctamente definido

En función de cualquiera de los criterios anteriores, $Q = 9,64 \text{ m}^3/\text{s}$

$$E_{c1} = H_e = 2 \text{ m}$$

$$h_1 = h_{c1} = 1,33 \text{ m}$$

En la sección (2) [no hay pérdidas] $\Rightarrow E_2 = E_1 + a = 2,4 \text{ m}$

$$E_2 = h_2 + \frac{Q^2}{2g(b_2 h_2 + k h_2^2)^2} \Rightarrow h_2 = \begin{cases} 0,724 \text{ m} & \checkmark \\ 2,344 \text{ m} & \times \end{cases}$$

Estamos aguas abajo de la crisis, elegimos la solución supercrítica.

$$E_3 = E_2 = 2,4 \text{ m}$$

$$E_3 = h_3 + \frac{q^2}{2g h_3^2} \Rightarrow h_3 = \begin{cases} 1,293 \text{ m} & \checkmark \\ 1,871 \text{ m} & \times \end{cases}$$

- b) El control de la compuerta establece variaciones en las condiciones de flujo. De otra forma: la compuerta impone una altura de escurrimiento aguas abajo de esta, para el nivel de energía dado.

No existiendo pérdidas en la compuerta: $E_4 = H_e + a_1 = 2,4 \text{ m}$

$$E_4 = h_4 + \frac{q_4^2}{2gh_4^2} \quad \text{donde } h_4 = \mu \cdot a_2 = 0,3 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \frac{q_4^2}{h_4^2} = 2gh_4^2(E_4 - h_4) \Rightarrow q = 1,925 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$Q = q \cdot b_2 = 3,079 \text{ m}^3/\text{s}$$

Aguas arriba de la compuerta:

$$E_3 = h_3 + \frac{q^2}{2gh_3^2} \Rightarrow h_3 = \begin{cases} 2,366 \text{ m} \checkmark \\ 0,30 \text{ m} \times \end{cases}$$

Se elige la solución de río (la otra obviamente representa $\mu \cdot a$)

En la sección trapecial:

$$E_2 = h_2 + \frac{Q^2}{2g(b_2 h_2 + k h_2^2)^2} \Rightarrow h_2 = \begin{cases} 2,395 \text{ m} \checkmark \\ 0,260 \text{ m} \times \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{seguimos eligiendo río} \\ \text{en las secciones aguas} \\ \text{arriba del control!} \end{array}$$

Finalmente en (1):

$$E_1 = E_2 - a = H_e = 2 \text{ m} \quad (E_{c1} = 0,935 \text{ m} < E_1)$$

$$E_1 = h_1 + \frac{q_1^2}{2gh_1^2} \Rightarrow h_1 = \begin{cases} 1,969 \text{ m} \checkmark \\ 0,236 \text{ m} \times \end{cases}$$

- c) Por definición, el escurrimiento crítico es el que maximiza el caudal cuando existe un nivel de energía dado; cuando existe compuerta, no se permite la existencia de crisis al imponerse una altura de escurrimiento abajo de esta, luego el caudal será menor que el que se observa al haber crisis en el sistema