

Pauta CI

P1) a) Curva Característica: $H = a - bQ^2$

La altura máxima de elevación se tiene cuando $Q = 0$

$$\Rightarrow H = a \Rightarrow z_1 = h_1 \text{ y } z_2 = h_2 \quad (0.5)$$

Para determinar b_1 y b_2 analizamos los sistemas por separado

Primero, determinamos la curva de carga del sistema, con Bernoulli:

$$B_1 = B_2 + \sum \lambda_s + \lambda_f - \Delta H \Leftrightarrow \Delta H = z_2 - z_1 + (K_e + K_s) \frac{v^2}{2g} + f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

$$K_e = 0.5, K_s = 1.0, \frac{v^2}{2g} = \frac{8Q^2}{\pi^2 D^5 g} \Rightarrow \Delta H = z_2 - z_1 + (1.5 + f \frac{L}{D}) \frac{8Q^2}{\pi^2 D^5 g} \quad (1) \quad (0.8)$$

$$\text{Calculamos } f: \frac{D}{\varepsilon} = \frac{200}{8.8} = 22.7; Q_1 = 0.125 \text{ [m}^3\text{/s]} \Rightarrow Re_1 = 6.37 \cdot 10^5$$

$$Q_2 = 0.181 \text{ [m}^3\text{/s]} \Rightarrow Re_2 = 9.22 \cdot 10^5$$

En ambos casos se tiene pared hidrodinámicamente rugosa

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left(3.7 \frac{D}{\varepsilon} \right) \Rightarrow f = 0.067 \quad (0.2)$$

$$\text{Evaluando } H \text{ para } Q_1 \Rightarrow H_1 = 5.92 \text{ [m]}; \text{ y para } Q_2, H_2 = 10.21 \text{ [m]}$$

Cuando se conectan las bombas en serie, se suman las alturas de elevación

$$\Rightarrow H = a_1 - b_1 Q_1^2 + a_2 - b_2 Q_1^2 \Leftrightarrow H - a_1 - a_2 = -(b_1 + b_2) Q_1^2$$

$$\Leftrightarrow b_1 + b_2 = \frac{a_1 + a_2 - H_1}{Q_1^2} = 2.501 \quad (2) \quad (0.5)$$

$$\text{En paralelo, se suman los caudales: } Q_2 = Q_I + Q_{II} = \sqrt{\frac{a_1 - H_2}{b_1}} + \sqrt{\frac{a_2 - H_2}{b_2}}$$

$$\Rightarrow 0,181 = \sqrt{\frac{9,79}{b_1}} + \sqrt{\frac{14,79}{b_2}} \quad (3) \quad (0,5)$$

Hay que resolver el sistema formado por las ecuaciones (2) y (3). Como (3) no es lineal, se resuelve iterando

Se llega a que el sistema no tiene solución \Rightarrow Revisar los supuestos hechos

Cuando las bombas se conectan en serie, no necesariamente deben estar ambas elevando, ya que puede darse que Q_1 sea mayor al Q_{\max} de una de las dos bombas $\rightarrow (0,5)$

CASO A: Suponiendo que sólo la bomba 1 aporta Bernoulli al flujo, (2) queda como:

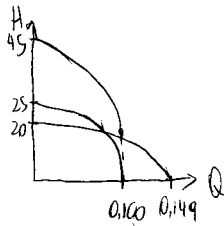
$$b_1 = \frac{z_1 - H_1}{Q_1^2} = 901,3 \quad (0,5)$$

Reemplazando en (3) el valor de b_1 , se despeja $b_2 = 2.506 \quad (0,5)$

CASO B: Suponiendo que es sólo la bomba 2 la que aporta cuando están en serie:

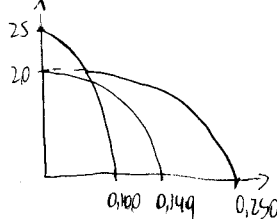
$$b_2 = \frac{z_2 - H}{Q_2^2} = 1.221; \text{ y reemplazando en (3), } b_1 = 1.943$$

b) CASO A. Q_{\max} bomba 1: $\sqrt{\frac{z_1}{b_1}} = 0,149 \text{ [m}^3/\text{s]}$, Q_{\max} bomba 2: $\sqrt{\frac{z_2}{b_2}} = 0,100 \text{ [m}^3/\text{s]}$



SERIE

(0,5)



PARALELO

Bomba 1: $0 \leq Q \leq 0,149 \text{ [m}^3/\text{s]}$

$0 \leq H \leq 20 \text{ [m]}$

Bomba 2: $0 \leq Q \leq 0,149 \text{ [m}^3/\text{s]}$

$0 \leq H \leq 25 \text{ [m]}$

(0,5)

Ambo bombas funcionan juntas en el rango $0 \leq Q \leq 0,100 \text{ [m}^3/\text{s]}$

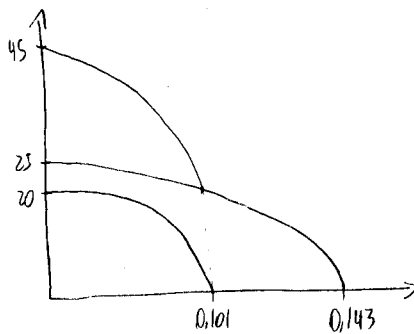
$$H(Q=0,100) = a_1 - b_1 \cdot 0,1^2 = 10,98 \Rightarrow \text{Rango alturas: } 10,98 \leq H \leq 45 \text{ [m]}$$

En Paralelo, funcionan juntas en el rango $0 \leq H \leq 20 \text{ [m]}$

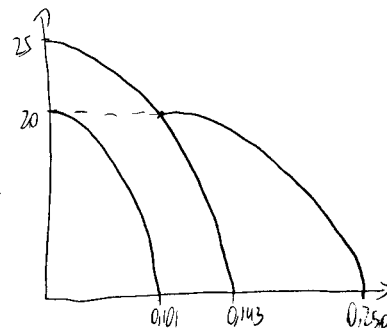
$$Q(H=20) = \sqrt{\frac{a_2 - 20}{b_2}} = 0,045 \text{ [m}^3/\text{s}] \Rightarrow \text{Rango caudales: } 0,045 \leq Q \leq 0,250 \text{ [m}^3/\text{s}]$$

Caso B: $Q_{\max B_1} = 0,101 \text{ [m}^3/\text{s}]$; $Q_{\max B_2} = 0,143 \text{ [m}^3/\text{s}]$

(1,0)



SERIE



PARALELO

Bomba 1: $0 \leq Q \leq 0,101 \text{ [m}^3/\text{s}]$

$0 \leq H \leq 20 \text{ [m]}$

Bomba 2: $0 \leq Q \leq 0,143 \text{ [m}^3/\text{s}]$

$0 \leq H \leq 25 \text{ [m]}$

Funcionan juntas en el rango $0 \leq Q \leq 0,101 \text{ [m}^3/\text{s}]$

$$H(Q=0,101) = a_2 - b_2 \cdot 0,101^2 = 12,54 \Rightarrow \text{Rango Alturas: } 12,54 \leq H \leq 45 \text{ [m]}$$

En paralelo, funcionan juntas en el rango $0 \leq H \leq 20 \text{ [m]}$

$$Q(H=20) = \sqrt{\frac{a_2 - 20}{b_2}} = 0,064 \Rightarrow \text{Rango caudales: } 0,064 \leq Q \leq 0,250 \text{ [m}^3/\text{s}]$$