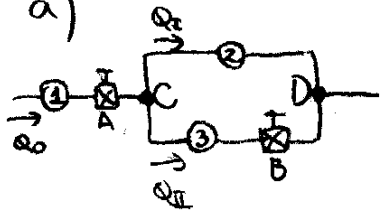


Pauta Control #1 C141A

P1) a)



Aplicando Bernoulli entre C y D por cada rama:

$$B_C = B_D - \Delta H_{b2}$$

$$B_C = B_D - \Delta H_{b3} + \Delta S_B$$

$$\Rightarrow \Delta H_{b2} = \Delta H_{b3} - \Delta S_B$$

$$a_2 - b_2 Q_I^2 = a_3 - b_3 Q_{II}^2 - k_b \frac{V_{II}^2}{2g} = a_3 - b_3 Q_{II}^2 - \frac{8k_b Q_{II}^2}{\pi^2 D^4 g}$$

$$a_2 - b_2 Q_I^2 = a_3 - \underbrace{\left(b_3 - \frac{8k_b}{\pi^2 D^4 g} \right)}_{b_3'} Q_{II}^2 \quad (1)$$

Ademas, por continuidad: $Q_0 = Q_I + Q_{II}$

$$Q_{II} = Q_0 - Q_I \quad (2)$$

$$(2) \text{ en } (1): a_2 - b_2 Q_I^2 = a_3 - b_3' (Q_0 - Q_I)^2$$

$$a_2 - b_2 Q_I^2 = a_3 - b_3' Q_0^2 + 2b_3' Q_0 Q_I - b_3' Q_I^2$$

$$(b_3' - b_2) Q_I^2 - (2b_3' Q_0) Q_I + a_2 - a_3 + b_3' Q_0^2 = 0$$

$$Q_I = \frac{2b_3' Q_0 \pm \sqrt{4b_3'^2 Q_0^2 - 4(b_3' - b_2)(a_2 - a_3 + b_3' Q_0^2)}}{2(b_3' - b_2)}$$

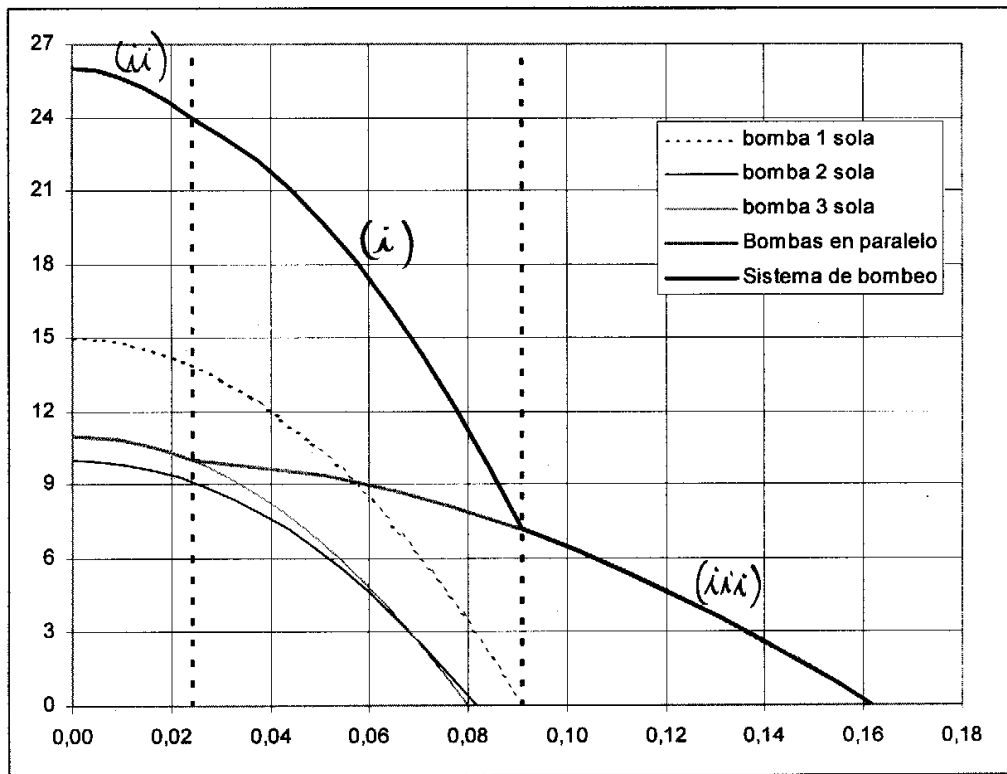
$$Q_I = \frac{b_3' Q_0}{(b_3' - b_2)} \pm \sqrt{\frac{b_3'^2 Q_0^2}{(b_3' - b_2)^2} - \frac{a_2 - a_3 + b_3' Q_0^2}{(b_3' - b_2)}}$$

en (2) \Rightarrow

$$Q_{II} = Q_0 - \frac{b_3' Q_0}{(b_3' - b_2)} \mp \sqrt{\frac{b_3'^2 Q_0^2}{(b_3' - b_2)^2} - \frac{a_2 - a_3 + b_3' Q_0^2}{(b_3' - b_2)}}$$

El signo a elegir depende de los valores de a_2, a_3, b_2, b_3, Q_0 y k_b ; habrá una sola solución con Q_I y Q_{II} reales positivos (o puede no haber solución)

b)



En primer lugar debe encontrarse la curva de las bombas 2 y 3 en paralelo, contando la válvula:

$$Q_0 = Q_I + Q_{II} \quad (3) \quad H = \Delta H_{B2} = a_2 - b_2 Q_I^2 \quad (4)$$

$$H = \Delta H_{B3} - \Delta s_{B3} = a_3 - \underbrace{\left(b_3 + \frac{8k_B}{\pi^2 D^5 g} \right)}_{b_3'} Q_{II}^2 \quad (5)$$

$$\text{de (4): } Q_I = \sqrt{\frac{a_2 - H}{b_2}}$$

$$\text{de (5): } Q_{II} = \sqrt{\frac{a_3 - H}{b_3'}}$$

$$\text{en (3): } \boxed{Q = \sqrt{\frac{a_2 - H}{b_2}} + \sqrt{\frac{a_3 - H}{b_3'}}} \quad \text{curva funcionamiento conjunto bombas 2 y 3}$$

como $a_3 > a_2$, existe la posibilidad de que $\sqrt{\frac{a_2 - H}{b_2}}$ se indefina (cuando $a_2 < H < a_3$), ahí funciona sólo la bomba 3:

$$\boxed{Q = \sqrt{\frac{a_3 - H}{b_3'}}}$$

Ahora se debe sumar la bomba 1, en serie (se suma la altura, igual caudal):

En general, si funcionan las 3 bombas, se obtiene que:

$$H = H_1 + H_{23} \quad (6) \quad \text{con } H_1 = [a_1 - b_1 Q^2] - k_A \frac{V^2}{2g}$$

$$H_1 = a_1 - \underbrace{\left[b_1 + \frac{8k_A}{\pi^2 D^5 g} \right]}_{b_1'} Q^2 \quad (7)$$

del sistema en paralelo

$$Q = \sqrt{\frac{a_2 - H_{23}}{b_2}} + \sqrt{\frac{a_3 - H_{23}}{b_3'}} \quad (8)$$

$$\text{con (6) y (7)} \Rightarrow H_{23} = H - H_1 = H - a_1 + b_1' Q^2$$

$$\text{en (8)} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{a_2 - H + a_1 - b_1' Q^2}{b_2}} + \sqrt{\frac{a_3 - H + a_1 - b_1' Q^2}{b_3'}} \quad (i)$$

Ecuación que relaciona H y Q (implícita)

En el caso que $a_2 < H_{23} < a_3$, recordemos que $Q = \sqrt{\frac{a_3 - H_{23}}{b_3'}}$

$$\Rightarrow H = H_1 + H_{23} = a_1 - b_1' Q^2 + a_3 - b_3' Q^2 \quad (ii)$$

Para caudales muy altos, la bomba 1 no funciona (cuando $a_1 - b_1' Q^2 < 0$). En esos casos sólo funciona el sistema en paralelo:

$$Q = \sqrt{\frac{a_2 - H}{b_2}} + \sqrt{\frac{a_3 - H}{b_3'}} \quad (iii)$$

(i), (ii) y (iii) definen la curva del sistema.

(iii) es sólo para caudales altos, el límite lo demarca $a_1 - b_1' Q^2 = 0$

$$\Rightarrow Q = \sqrt{\frac{a_1}{b_1'}} \quad ; \text{ o sea, para } Q > \sqrt{\frac{a_1}{b_1'}} \text{, vale (iii)}$$

(i) vale cuando $H_{23} = a_2$ (para $H_{23} > a_2$, la bomba 2 no funciona)

$$\Rightarrow Q = \sqrt{\frac{a_3 - a_2}{b_3'}}$$

Evaluando con los datos del problema

$$a_1 = 15$$

$$a_2 = 10$$

$$a_3 = 11$$

$$b_1' = b_1 + \frac{8k_A}{\pi^2 D^4 g} = 1300 + 517 = 1817$$

$$b_2 = 1500$$

$$b_3' = b_3 + \frac{8k_B}{\pi^2 D^4 g} = 1200 + 517 = 1717$$

$$\text{para } Q < \sqrt{\frac{a_3 - a_2}{b_3'}} = 0,024 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$(ii) \Rightarrow H = a_1 + a_3 - (b_1' + b_3') Q^2$$

$$H = 26 - 3534 Q^2$$

$$\text{para } 0,024 < Q < \sqrt{\frac{a_1}{b_1'}} = 0,091 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$(i) \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{25 - H - 1817 Q^2}{1500}} + \sqrt{\frac{26 - H - 1817 Q^2}{1717}}$$

$$\text{para } Q > 0,091 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q = \sqrt{\frac{10 - H}{1500}} + \sqrt{\frac{11 - H}{1717}}$$

$$c) Q_0 = 0,045 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow v = 1,43 \text{ m/s} \Rightarrow Re = 2,86 \times 10^5$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left(\frac{Re \sqrt{f}}{2,51} \right) \Rightarrow f = 0,0146$$

Se usa la pérdida en B para ajustar una distribución uniforme de caudales entre ramas:

$$Q_I = Q_{II} = \frac{Q_0}{2} \quad a_2 - b_2 \left(\frac{Q_0}{2} \right)^2 = a_3 - \left(b_3 + \frac{8k_B}{\pi^2 D^4 g} \right) \left(\frac{Q_0}{2} \right)^2$$

$$\Rightarrow k_B = \frac{\pi^2 D^4 g}{8} \left[\frac{a_3 - a_2 + b_2 - b_3}{\left(\frac{Q_0}{2} \right)^2} \right] = 44$$

Aplicando Bernoulli entre estanque y torre:

$$B_E = B_T + \Delta_f + \sum \Delta_s - \sum \Delta H_{B_s} + k_A \frac{v^2}{2g}$$

$\uparrow z_E \quad \uparrow z_T$

$$\Delta_f = \frac{f \cdot L}{D} \frac{v^2}{2g} = \frac{8fL Q_o^2}{\pi^2 D^5 g}$$

$$\sum \Delta_s = (k_e + k_c + k_s) \frac{v^2}{2g} = \frac{8(k_e + k_c + k_s) Q_o^2}{\pi^2 D^4 g}$$

$$\sum \Delta H_B = H_1 + H_{23}$$

$$\begin{matrix} \uparrow & \nwarrow \\ a_1 - b_1 Q_o^2 & \begin{cases} a_2 - b_2 \left(\frac{Q_o}{2}\right)^2 \\ a_3 - b_3 \left(\frac{Q_o}{2}\right)^2 - \frac{8k}{\pi^2 D^4 g} \left(\frac{Q_o}{2}\right)^2 \end{cases} \end{matrix}$$

da lo mismo cual
rama elegir
para llegar del
estanque a la torre

$$= a_1 - b_1 Q_o^2 + a_2 - b_2 \left(\frac{Q_o}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow Z_E = Z_T + \frac{8fL Q_o^2}{\pi^2 D^5 g} + \frac{8(k_e + k_c + k_s) Q_o^2}{\pi^2 D^4 g} - \left[a_1 - b_1 Q_o^2 + a_2 - b_2 \left(\frac{Q_o}{2}\right)^2 \right] + \frac{8k_a Q_o^2}{\pi^2 D^4 g}$$

$$\Rightarrow k_a = \frac{\pi^2 D^4 g}{8 Q_o^2} \left[Z_E - Z_T + a_1 - b_1 Q_o^2 + a_2 - b_2 \left(\frac{Q_o}{2}\right)^2 \right] - \frac{fL}{D} - (k_e + k_c + k_s)$$

$$R_A = 32$$