

CLASE AUXILIAR #2
Martes 17 de Agosto de 2004

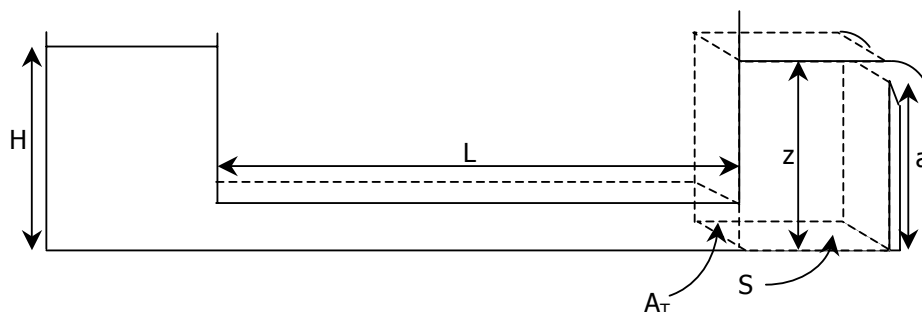
1. Un estanque de nivel constante H provee el agua para la alimentación de un segundo estanque, a través de una tubería de conducción (largo L , área transversal A_T). Este segundo reservorio, de área transversal S , evacúa mediante un vertedero de altura regulable, según una ley de descarga lineal, $Q = K (Z - a)$ (ver figura). Considere que en el sistema no existen pérdidas singulares ni friccionales.

a) Determinar el caudal que circula inicialmente en el sistema, en régimen permanente, con una altura a_0 en el vertedero de descarga.

b) Se desea operar el vertedero de descarga para conseguir la extracción del doble de caudal. Esta operación resultará en una nueva altura a' al cabo de un tiempo T , mediante una operación lineal:

$$\begin{aligned} a(t) &= a_0 - (a_0 - a') t / T & 0 < t < T \\ a(t) &= a' & t > T \end{aligned}$$

- Determine una expresión que relacione la velocidad en la tubería con las alturas del segundo estanque y el vertedero.
- Suponiendo fluido incompresible y tubería indeformable, determine la ecuación diferencial que determina la altura z .
- Encuentre una expresión para la altura z (resolviendo la ecuación diferencial anterior) y para la velocidad dentro de la tubería de conducción. Señale los valores a los que tienden estas expresiones para $t \rightarrow \infty$.



Indicaciones: Considere $L \gg Z$, y desprecie la altura de velocidad en los estanques.

2. Un estanque de grandes dimensiones, y que se mantiene a nivel constante, descarga a la atmósfera a través de una tubería rugosa de largo $(L_1 + L_2)$, diámetro D y factor de fricción f , en cuyo extremo final hay una válvula. El dispositivo de seguridad de este sistema consiste en una cámara cerrada, de diámetro D' , la que absorbe posibles sobrepresiones mediante la compresión del aire contenida en ella.

En un principio, la válvula se encuentra abierta (pérdida singular despreciable), por lo que se tiene régimen permanente, y en esas condiciones, el volumen de aire en la cámara es de V_0 y su presión es la atmosférica.

Si en $t = 0$ se cierra la válvula en forma brusca (instantánea), y el nivel del agua en la cámara sube hasta un nivel $y_{\text{máx}}$, se pide

a) Plantear la ecuación diferencial que permite determinar la variación del nivel de agua en la cámara en función del tiempo.

b) Determinar una expresión que permita calcular el nivel mínimo del agua en la cámara.

Indicaciones: Considere que el fluido es incompresible y la tubería es rígida. Considere que el aire contenido en la cámara se comporta como un gas ideal y que el proceso es isotérmico. La longitud L_1 es mucho mayor que la altura de la cámara. Desprecie el efecto de la fricción en la cámara. Además, las siguientes expresiones le pueden ser de ayuda:

$$\frac{1}{1-x} \approx 1+x, \quad \text{si } x \ll 1$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{du}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = u \cdot \frac{du}{dx} = \frac{1}{2} \cdot \frac{du^2}{dx}$$

Para resolver $\frac{dy}{dx} = ax + by + c$, use el cambio de variables: $z = ax + by + c$

