

## CC 20A Sección 1

### Control 1 - 2004/2

Cada uno de los problemas tiene igual ponderación. Tiempo: 90 minutos. Sin apuntes.

1. Un joven vendedor es enviado a Australia a explorar oportunidades comerciales. En particular, debe estudiar si es posible exportar a ese mercado los productos fabricados por su empresa ALFA. Su jefe sospecha que la empresa BETA, que es la competencia, tiene intervenidas todas las vías de comunicación y por lo tanto, no quiere que se entere de los resultados de la misión del vendedor. Así, ha convenido con el vendedor, de que envíe las palabras "mamma mia" cuando quiera decir que las oportunidades comerciales son buenas, en medio de algún mensaje electrónico dirigido a alguien en la empresa.

El jefe, entonces, pide un dispositivo que, antes de que los mensajes electrónicos lleguen a los computadores de la empresa ALFA, examine, carácter por carácter, el correo electrónico que venga del exterior. Este dispositivo, si detecta un mensaje que en alguna parte diga "mamma mia", debe hacer sonar un timbre en la oficina del jefe, y no seguir examinando caracteres.

Especifique los estados, la función de transición y la función de salida del dispositivo pedido por el jefe de ALFA.

(Nota: las palabras "mamma mia" no necesitan tener espacios en blanco antes y después, por ej., el siguiente mensaje debería hacer sonar el timbre: "dije a la chica:mamma mia, y me fui" ).

2. La Panadería de Pelotillehue produce y distribuye pan diariamente a locales de venta. El costo de producir una unidad de pan es 40 pesos. La compañía vende el pan a \$60 la unidad fresca, es decir, producida en el mismo día de la venta. El pan no vendido es devuelto a la fábrica, que tiene un local de descuento ("outlet") donde se vende al día siguiente a \$20 la unidad (y se vende todo). Si llega un cliente a un local de venta y no hay pan fresco, se incurre en un costo de imagen y atención a los clientes de \$45 por unidad. Suponga que la demanda es aleatoria y tiene una distribución uniforme entre 1.000 y 2.000 panes diarios. El gerente de la panadería quiere saber qué utilidad en un período de 30 días se obtiene con una producción diaria de 1.400 panes. También con una producción diaria de 1.800 panes.

(Para facilidad de la contabilidad, el eventual pan sobrante de cada día se considera que genera ingresos en el mismo día en que fue producido).

Sugerencia: suponga la demanda como externa al modelo, y que se determina la noche anterior a cada día.

Se pide:

- a) haga una descripción informal de un modelo de tiempo discreto de este problema.

b) haga la descripción formal.

3. La estación de gasolina CEPEK sólo vende gasolina de 95 octanos. Tiene 4 máquinas expendedoras de combustible, atendidas, cada una de ellas por un bombero. Los vehículos clientes entran al recinto de la estación por un sólo acceso. Los vehículos llegan separados unos de otros de acuerdo a una distribución uniforme, con mínimo A y máximo B segundos.

Frente a cada máquina expendedora se forma una cola de vehículos. Los conductores deciden ponerse en una de las colas dependiendo del largo de ellas (eligiendo de una manera racional, es decir, en la cola más corta; si hay más de una de largo mínimo, se elige la que tiene numeración menor). Cada vehículo toma un tiempo fijo de C segundos en ponerse en la cola.

Cuando es atendido, cada vehículo es llenado de combustible y el bombero recibe el pago. La duración de esta atención depende principalmente del medio de pago. Suponga que hay sólo dos: efectivo y tarjeta de crédito. Si el pago es en efectivo, todo el proceso dura una constante EFECTIVO segundos. Por el contrario, si el pago es con tarjeta de crédito, el proceso de llenado y pago depende de las máquinas, tomando un tiempo determinado por funciones aleatorias normales con media  $MEDIA_i$  y desviaciones típicas  $SIGMA_i$  segundos ( $i=1,..4$ ). El pagar con tarjeta o efectivo ocurre con igual probabilidad (es decir, es equivalente a lanzar una moneda equilibrada al aire: si sale cara, el pago es en efectivo; si sale sello, con tarjeta).

Una vez que el pago se ha hecho, el vehículo se va de la estación, demorando un tiempo 0 en ello.

Se pide: hacer una descripción informal de este modelo, orientada a eventos.

(Nota: si hay elementos incompletos en la redacción anterior, que Ud. considere que son importantes de mencionar en la descripción informal, haga suposiciones razonables e incorpórelas).

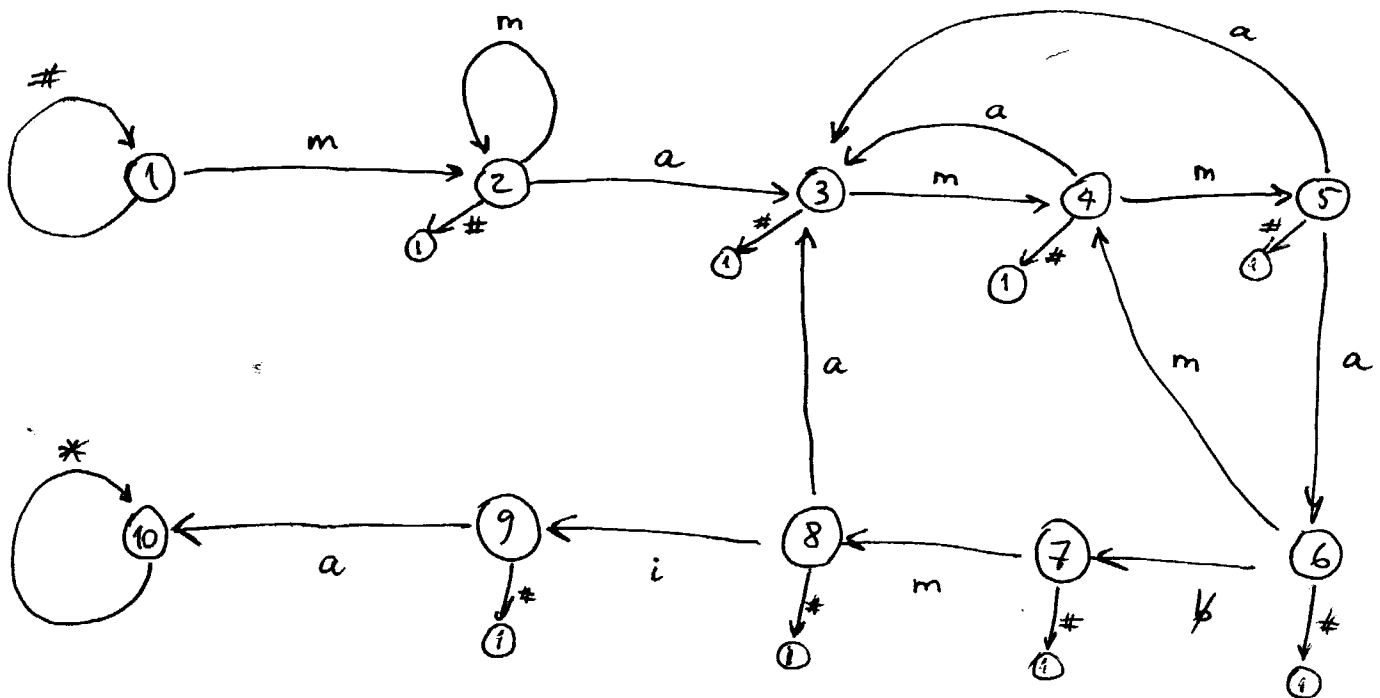
## Pauta de Evaluación

1. Estados =  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$\delta: \text{Estados} \times \text{Entradas} \rightarrow \text{Estados}$

Entradas =  $\{x / x \text{ son caracteres}\}$

$\delta$  se determina en el siguiente grafo, donde "#" significa "otro caracter de la entrada", y  $\rightarrow \textcircled{1}$  es una abreviación de arco apuntando al estado "1".



\* : cualquier caracter

␣ : caracter blanco

Estado inicial : 1.

$\lambda: \text{Estados} \times \text{Entradas} \rightarrow \text{Salidas}$

$$\text{Salidas} = \{ \text{SONAR-TIMBRE}, \text{SILENCIO} \}$$

$$\lambda(x, e) = \begin{cases} \text{SONAR-TIMBRE} & \text{si } x = 10 \\ \text{SILENCIO} & \text{en otro caso} \end{cases}$$

(Nota: este autómata se queda tocando el timbre una vez que se accesa el estado 10, que es probablemente lo que quería el jefe).

Pauta de notas:

- la nota máxima es por la especificación correcta de  $\delta, \lambda, \text{Estados}$ .
- $\delta$  se puede especificar también por tabla
- si se omite  $\lambda$ : disminuir 1.5 puntos
- si se omite Estados (forma explícita), pero en el diagrama se pueden identificar los estados, reducir en 0.4 puntos.
- $\delta$  tiene 3 puntos. Reducir drásticamente si la respuesta da indicaciones de no tener el concepto.  
Disminuir poco por errores menores.

2 a) Componentes: Fábrica/Outlet, Locales

Variables descriptivas:

Para Fábrica/Outlet:

$U$ : utilidad diaria en pesos. Rango  $\mathbb{Z}$  (enteros)

$AC$ : utilidad acumulada en pesos. Rango  $\mathbb{Z}$ .

Parámetro:  $P$ : producción diaria en unidades. Rango  $\mathbb{Z}^+$ .

Para Locales:

$D$ : demanda diaria en unidades. Rango  $\mathbb{Z}^+$ . Variable aleatoria uniforme con mínimo 1000 y máximo 2000.

Unidad de tiempo: un día.

Reglas de Interacción

Cada día se muestrea  $D(t)$  en la noche, y se calcula  $U(t+1)$  como sigue:

$$U(t+1) := \begin{cases} D \cdot 60 + (P-D) \cdot 20 - 40 \cdot P & \text{si } D(t) \leq P \\ P \cdot 60 - 40 \cdot P - 45 \cdot (D-P) & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$(D(t) \equiv D)$$

$$AC(t+1) := AC(t) + U(t+1)$$

Evaluación: La variable importante es  $AC$ ;  $U$  podría ser omitida sin perjuicio en nota.

b) Es un modelo no autónomo (ENTRADAS, ESTADOS, SALIDAS,  $\delta, \lambda$ ) <sup>4</sup>

$$\text{ENTRADAS} = \mathbb{Z}^+$$

La variable de entrada es D

$$\text{ESTADOS} = \mathbb{Z}$$

La variable de estado es AC

$$\text{SALIDAS} = \mathbb{Z}$$

La variable de salida es elegida AC

$$\delta: \underset{D(t)}{\text{ENTRADAS}} \times \underset{x(t)}{\text{ESTADOS}} \rightarrow \underset{x(t+1)}{\text{ESTADOS}}$$

$$\delta(D(t) + x(t)) = x(t) + u(t) \equiv x(t+1)$$

donde

$$u(t) = \begin{cases} 60 \cdot D + (P-D) \cdot 20 - 40P & \text{si } D \leq P \\ 60 \cdot P - 40P - 45(D-P) & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$\lambda: \underset{D(t+1)}{\text{ENTRADAS}} \times \underset{x(t+1)}{\text{ESTADOS}} \rightarrow \underset{\text{salida}(t+1) \equiv x(t+1)}{\text{SALIDAS}}$$

Por lo tanto, trivialmente:

$$\lambda(D(t+1), x(t+1)) = x(t+1)$$

Evaluación: no hay temas difíciles; lo que hay que evaluar es la comprensión conceptual: qué es  $\delta, \lambda$ , los tiempos, etc.

### 3. Componentes

5

ACCESO, BOMBAS, SALIDA

#### Variables descriptivas

Para ACCESO:

ENTRE-LLEGADAS: variable aleatoria uniforme con mínimo  $A$  y máximo  $B$ . Rango  $\mathbb{R}^+$ .

TIMER-LLEGADA: Rango  $\mathbb{R}_\infty^+$ . Reloj decreciente indicando la llegada del próximo vehículo.

HOLA: rango  $\{\emptyset, a, b, \dots\}$ . Variable que indica nombre de vehículo que llega al modelo.

Para BOMBAS

COLA $_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ). Rango  $\{a, b, \dots\}^*$ . Cola frente a cada bomba.

LISTA-CONDUCCION: rango  $(\{a, b, \dots\} \times \mathbb{R}^+)^*$ .

$(x_1, \tau_1), \dots, (x_n, \tau_n)$  significa que al vehículo  $i$  le faltan  $\tau_i$  segundos para Terminar de conducir hacia una cola.

DEC-PAGO: variable aleatoria uniforme que indica si cliente pagará en efectivo o tarjeta. Rango  $\{EFFECT, TARS\}$ .

LLENAR-TARJ $_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ): variable aleatoria que da el tiempo que demorará llenar y pagar con tarjeta en la bomba  $i$ .

Normal con media  $MEDIA_i$  y desv. típica  $SIGMA_i$ . Rango  $\mathbb{R}^+$

PROCESO $_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ): Rango  $\mathbb{R}_\infty^+$ . Relojes decrecientes indicando el término de la operación llenado y pago en la bomba  $i$ .

Para SALIDA

CHAO: rango  $\{\emptyset, a, b, c, \dots\}$ . Indica salida de un vehículo del modelo.

## Interacción de Componentes

Se muestrea ENTRE-LLEGADAS; el valor se pone en TIMER-LLEGADA, que indicará cuando aparecerá el siguiente vehículo  $x$ . Cuando llegue, su presencia se indica por  $HOLA = x$ .

En seguida, el vehículo  $x$  se pone en LISTA-CONDUCCION, con  $\tau$  (timer) de  $C$  segundos.

Cuando sale de LISTA-CONDUCCION un vehículo  $x$ , se pone a  $x$  al final de la cola  $i$  más corta. Si hay más de una de largo mínimo, se elige la con numeración menor.

Al llegar al frente de la cola  $i$ , el vehículo  $x$ , se muestrea DEC-PAGO. Si sale EFECT, se pone el timer PROCESO $_i$  con un valor EFECTIVO. En caso contrario, se muestrea LLENAR-TAR $_i$ , y el valor resultante se pone en PROCESO $_i$ .

Al terminar el llenado de  $x$ , la variable CHAO se pone en  $x$ , y el vehículo se va del modelo, tomando tiempo 0.

Evaluación: considerar el manejo de los tiempos, Timers; es secundario HOLA, CHAO, por otra parte. Es arbitrario también la elección de componentes. Muy importante la elección de variables, rangos.