

**Proyecto de Evaluación de Yacimientos**  
**Clase Nº 4**  
**Variografía**

---

### **1. Objetivos de la Clase Nº 4**

Los principales objetivos de esta clase son:

- Entender el concepto de variograma y poder calcularlo.
- Conocer el concepto de anisotropía.
- Calcular, interpretar y modelar el variograma para las distintas poblaciones en estudio.

### **2. Introducción**

Para encontrar la relación espacial que existe entre los datos se utiliza el variograma. En GEMS existe la posibilidad de calcular tanto variogramas lineales como tridimensionales.

El variograma lineal (o direccional) se calcula a lo largo de una línea de muestreo o a lo largo de la traza de un sondeo. Los datos se toman directamente de la base de datos correspondiente (no es necesario hacer una extracción).

El variograma tridimensional se determina a partir varios variogramas direccionales. Estos variogramas direccionales se calculan definiendo direcciones (determinados por su acimut e inclinación) y tolerancias de búsqueda para encontrar un número suficiente de pares de muestras. Los valores y posiciones de las muestras se obtienen directamente desde los datos que han sido extraídos de la base de datos a través de archivos de extracción.

Se pueden calcular hasta doce variogramas direccionales simultáneamente para direcciones y tolerancias especificadas. Se pueden imponer también, filtros a los datos.

### **3. Concepto de variograma**

El variograma es una herramienta que permite medir la regularidad espacial de una variable. Esto se representa graficando la correlación existente en promedio para pares de muestras distantes una cierta separación.

Consideremos dos valores numéricos  $z(\mathbf{u})$  y  $z(\mathbf{u} + \mathbf{h})$ , en dos puntos  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{u} + \mathbf{h}$  separados por el vector  $\mathbf{h}$ . La variabilidad entre estas dos cantidades está caracterizada por la función variograma  $\gamma(\mathbf{h})$ , que está definida como la mitad de la esperanza de la variable aleatoria  $[Z(\mathbf{u}) - Z(\mathbf{u} + \mathbf{h})]^2$ , es decir:

$$g(h) = \frac{1}{2} E\{[Z(\mathbf{u}) - Z(\mathbf{u} + \mathbf{h})]^2\}$$

Considerando el caso general, el variograma es una función tanto del punto como de la distancia de separación entre los puntos:  $g(\mathbf{h}) = g(\mathbf{u}, \mathbf{h})$ . Sin embargo, en la práctica, se asume que el fenómeno puede modelarse correctamente con una función aleatoria estacionaria, por lo que se considera el variograma independiente de la posición del par y sólo dependiente del vector de separación entre los dos puntos.

Un estimador del variograma se obtiene a través de un promedio aritmético de las diferencias al cuadrado de los valores de pares de puntos aproximadamente separados por el vector  $\mathbf{h}$ :

$$g^*(\mathbf{h}) = \frac{1}{2N(\mathbf{h})} \sum_{i=1}^{N(\mathbf{h})} [z(\mathbf{u}_i) - z(\mathbf{u}_i + \mathbf{h})]^2$$

donde  $N(\mathbf{h})$  corresponde al número de pares encontrados a una distancia de separación de aproximadamente  $\mathbf{h}$ .

#### 4. Anisotropías

Cuando una variable tiene el mismo comportamiento espacial en todas las direcciones, se dice que es **isótropa**. Esto puede verse en un mapa variográfico como curvas de isovalor circulares, es decir, sin ninguna dirección en que el alcance sea mayor. Cuando se trazan variogramas direccionales de una variable isótropa, éstos se parecen mucho en distintas direcciones, y se ven entrelazados entre sí, debido a lo errático del cálculo del variograma experimental.

El caso contrario implica que el fenómeno tiene direcciones preferenciales. El tipo más sencillo de anisotropía es la **anisotropía geométrica**, que se soluciona con una transformación geométrica de las coordenadas. Esto quiere decir que al multiplicar por un factor la coordenada en una dirección, se vuelve al caso isótropo.

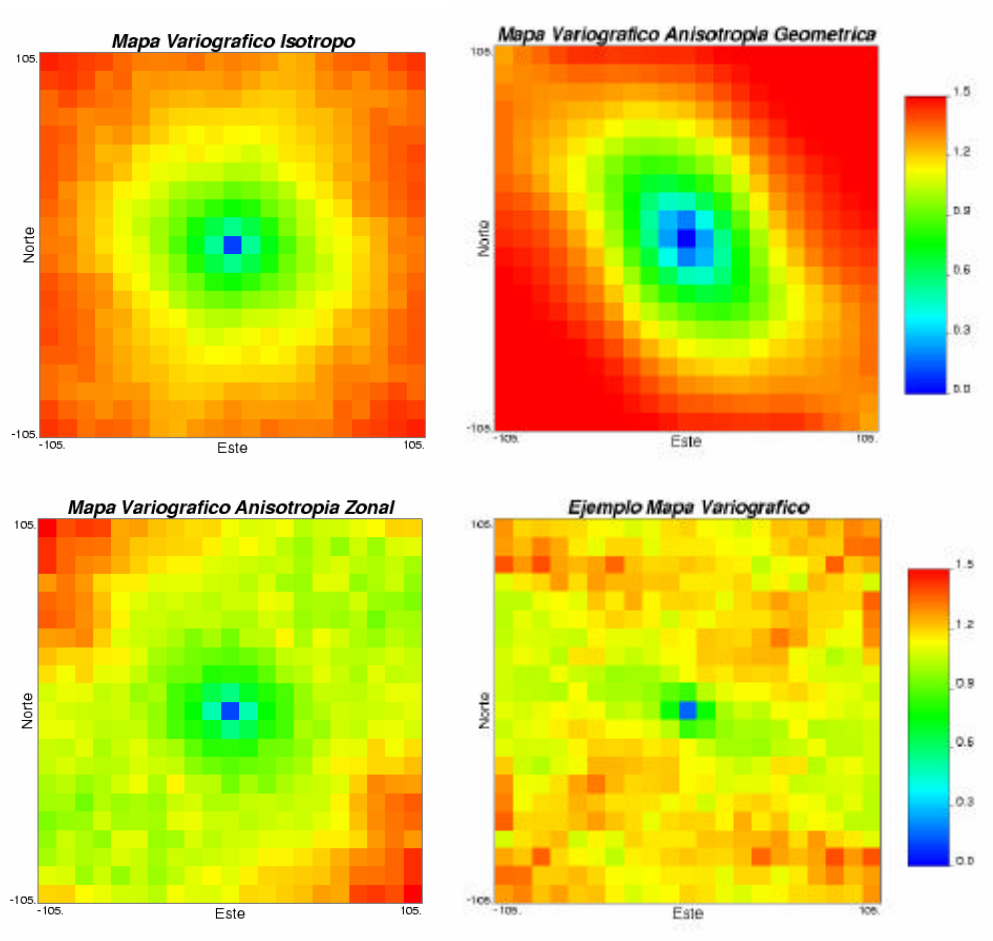
Gráficamente, esta anisotropía se detecta ya sea a través de la construcción de un mapa variográfico (**Figura 1**), donde se aprecia una elipse, de la cual se pueden deducir el ángulo de anisotropía y la razón entre los alcances en las direcciones principales para considerar en la transformación (los ejes mayor y menor de la elipse mencionada), o bien al graficar el variograma de la variable en dos direcciones diferentes (perpendiculares), donde se aprecia una diferencia en los alcances, pero no en las mesetas de las curvas.

Un tipo de anisotropía más compleja es la **anisotropía zonal**, que corresponde al caso en que la varianza de la variable es diferente en distintas direcciones (generalmente, la diferencia está en la dirección vertical, respecto al plano horizontal). Gráficamente, esta anisotropía se detecta a través de un mapa

variográfico como una banda en una dirección (una elipse con el radio mayor infinito), es decir, que en ciertas direcciones no se alcanza la misma meseta que en otras, o en los variogramas se manifiesta como una diferencia en las mesetas según las diferentes direcciones.

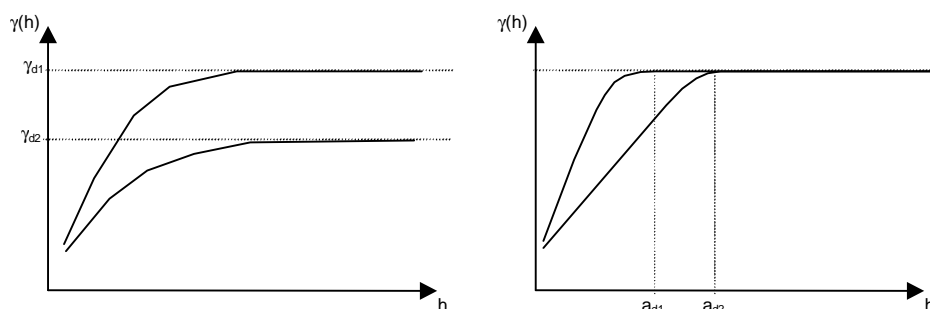
Finalmente, es importante mencionar que, en ciertas ocasiones, la anisotropía no se puede modelar, casos en los cuales se debe dividir el campo de trabajo en zonas menores donde puedan modelarse estas anisotropías, o bien se recurre a técnicas mucho más complejas.

Se presenta a continuación un ejemplo, donde se muestran cuatro mapas variográficos: el primero corresponde al caso en que la variable es isótropa, el segundo muestra una clara anisotropía geométrica en dirección N 40°W aproximadamente, el tercero presenta anisotropía zonal donde la dirección de menor varianza es N 45°E aproximadamente, y el último corresponde simplemente a un caso en que no es fácil visualizar si existen direcciones preferenciales (en la mayoría de los casos prácticos, los mapas variográficos son difíciles de interpretar).



**Figura 1: Mapas variográficos para cuatro casos.**  
Arriba izquierda: isotropía; Arriba derecha: anisotropía geométrica;  
Abajo izquierda: anisotropía zonal; Abajo derecha: caso real.

Las anisotropías también pueden detectarse mediante la construcción de variogramas direccionales, de forma de ver las diferencias en las distintas direcciones. Para saber cómo se ven las anisotropías en los variogramas, se presenta la **Figura 2**.



**Figura 2: Variogramas direccionales para variables anisótropas. Izquierda: anisotropía zonal; Derecha: anisotropía geométrica.**

### **Consideraciones prácticas**

Para el cálculo de variogramas se hacen las siguientes recomendaciones:

- El variograma es válido hasta la mitad del dominio (en cada dirección).
- Es necesario tener al menos 50 pares de puntos para el cálculo de cada paso, de manera que la estimación de  $\gamma(h)$  sea confiable.

## **5. Cálculo de variogramas experimentales**

Para calcular un variograma, no se puede esperar que los datos estén separados exactamente por el vector  $\mathbf{h}$ . Esto puede ocurrir solamente si se tienen datos en una malla regular. Por esta razón, en el cálculo de un variograma experimental, se utiliza una aproximación. Se consideran los siguientes parámetros para el cálculo experimental, incluyendo aquellos que permiten aproximar la búsqueda (tolerancias):

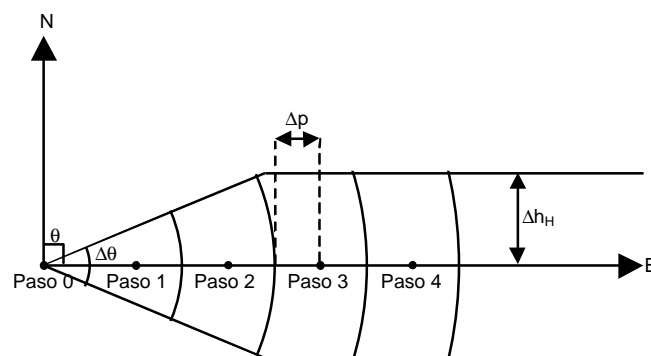
- **Paso p (lag distance):** es la distancia a la que se calcularán los puntos del variograma experimental.
- **Número de pasos  $n_p$  (number of classes):** corresponde al número de pasos a calcular (según el tamaño del dominio).
- **Tolerancia del paso  $D_p$  (lag tolerance):** corresponde a la tolerancia en la separación, de manera que los puntos puedan encontrarse a una distancia mayor o menor al paso. Por defecto, este valor es 0.5 veces el paso p.
- **Azimut q (azimuth):** es la dirección en la que se calcula el variograma medida en un plano horizontal respecto al norte, en el sentido de los punteros del reloj.
- **Tolerancia angular en el azimuth  $D_q$  (spread angle):** es el parámetro a través del cual se aproxima el cálculo del variograma experimental, y

corresponde al ángulo dentro del que se considera válido un punto, para el cálculo de la diferencia.

- **Ancho de banda en el azimut  $\Delta h_H$  (half width):** corresponde a una banda dentro de la cual se consideran válidos los datos para el cálculo del variograma, y se mide perpendicular a la dirección del azimut.
- **Inclinación  $j$  (dip):** es la dirección, medida en el plano vertical del azimut, en la que se calcula el variograma. Una inclinación de  $0^\circ$  corresponde a la dirección horizontal, considerándose positiva la dirección “hacia arriba” y negativa la dirección “hacia abajo”.
- **Tolerancia angular en la inclinación  $\Delta j$  (spread angle):** este parámetro corresponde al ángulo dentro del cual se considera válido un punto, para el cálculo de la diferencia, en el mismo plano vertical en que se definió la inclinación. En GEMS es igual a la tolerancia angular en el azimut.
- **Ancho de banda en la inclinación  $\Delta h_V$  (half height):** al igual que el ancho de banda en el azimut, corresponde a la dimensión vertical de la banda dentro de la cual se consideran los datos válidos para calcular el variograma.
- **Número de pares mínimo (threshold pairs):** se puede considerar que un punto del variograma es válido si su cálculo se hizo con un número de pares superior a este parámetro.
- **Desplazamiento inicial (starting offset):** es la distancia inicial que se considera desde el punto para iniciar la búsqueda de los demás datos.

En la **Figura 3** se presenta una descripción en dos dimensiones de algunos de los parámetros antes descritos. Se presentan los parámetros siguientes:

- Azimut Este ( $\theta = 90^\circ$ )
- Tolerancia angular en el azimut de  $\Delta\theta=22.5^\circ$
- Paso  $p$
- Tolerancia del paso  $\Delta p=p/2$
- Ancho de banda en el azimut  $\Delta h_H$
- Desplazamiento inicial igual a cero.



**Figura 3: Parámetros para el cálculo de un variograma experimental.**

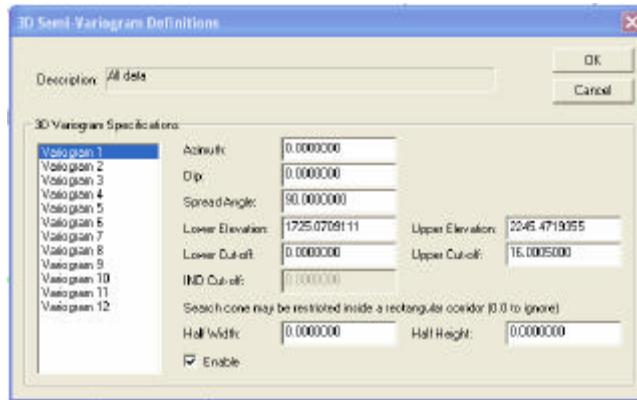
En GEMS, se debe seleccionar:

WORKSPACE > ANALYSIS > 3-D SEMI-VARIOGRAM > EXTRACTION FILE

Al igual que en otras herramientas de GEMS, se debe definir un perfil de variograma, el cual quedará guardado para posteriores consultas, presionando NEW... y asignándole un nombre. Se requiere tener hechas las extracciones de la base de datos antes de poder calcular un variograma. Por ejemplo, es necesario tener las extracciones por población separadas, de manera de calcular los variogramas para cada una. Una vez seleccionado el archivo de extracción a analizar, se deben ingresar los parámetros básicos del variograma.

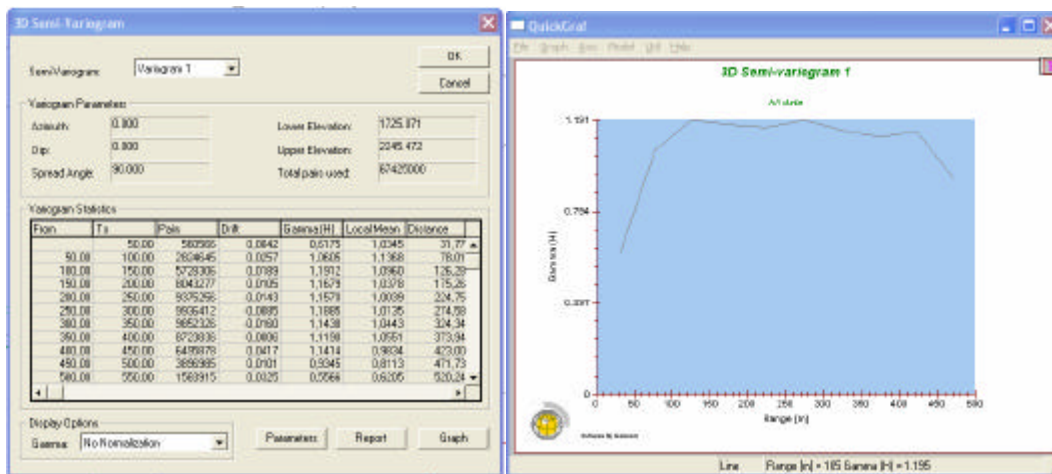
Una vez seleccionados los parámetros básicos de los variogramas, se ingresan las direcciones y tolerancias de cada uno. Se pueden calcular simultáneamente hasta 12 variogramas, sin embargo, todos ellos utilizarán los parámetros ingresados en la pantalla anterior, por lo que si se quiere calcular variogramas con diferentes pasos en las diferentes direcciones, es necesario definir un nuevo perfil. Dado que en la mayoría de los casos, el espaciamiento vertical de las muestras es menor que el espaciamiento entre sondajes, se recomienda generar un variograma para la dirección vertical, con un paso pequeño, y otro variograma para las direcciones horizontales con un paso mayor.

En la nueva pantalla, se deben activar los variogramas que se desee calcular (ENABLE) y se deben ingresar los parámetros de búsqueda. Además, se puede filtrar por cota y por ley.



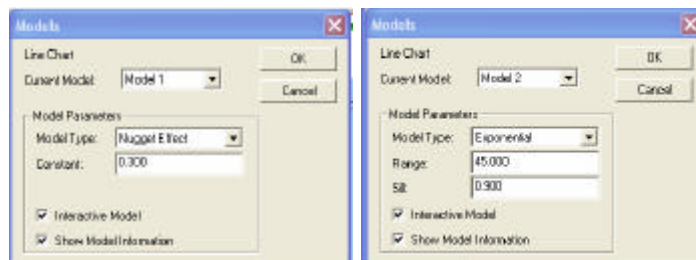
Cuando el variograma ya ha sido calculado, se pueden modificar los parámetros presionando el botón PARAMETERS. Además, se puede generar un reporte (para llevar a una planilla de cálculo, por ejemplo) y se puede graficar y, posteriormente, modelar el variograma experimental calculado.

Presionando en GRAPH, se inicia la aplicación QUICKGRAPH, a través de la cual se puede visualizar y modelar el variograma activo.

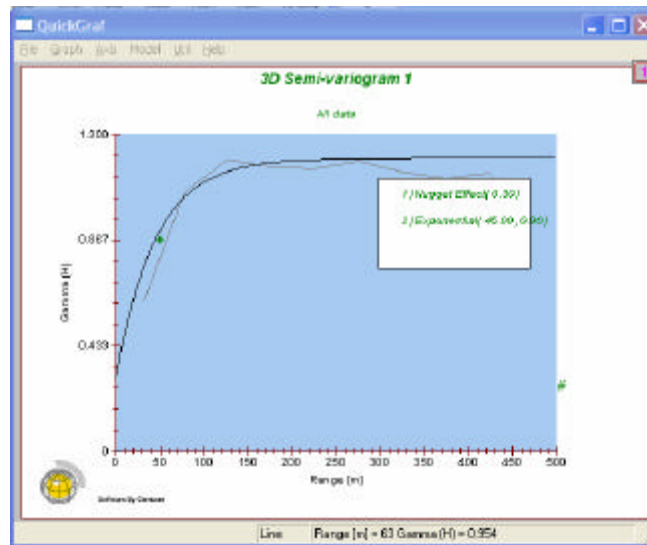


Utilizando el menú de QUICKGRAPH, se puede acceder a diversas opciones para modificar la presentación del gráfico, además de permitir el modelamiento del variograma.

## MODEL > SPECIFY MODELS



Seleccionando primero el MODEL 1, se puede definir cualquiera de los tipos de variogramas disponibles y definir sus parámetros. Usualmente, se deja el MODEL 1 para el efecto pepa. Se puede activar INTERACTIVE MODEL y SHOW MODEL INFORMATION de manera de poder modificar el modelo en pantalla haciendo clic en los caracteres especiales que aparecen (+, #) y luego moviendo el mouse para mover el modelo. Se pueden anidar hasta tres modelos, escogiendo entre: efecto pepa, esférico, exponencial, lineal, logarítmico y gaussiano.



## 6. Modelamiento tridimensional de variogramas

El modelamiento tridimensional de variogramas es una operación delicada y difícil. Es necesario compatibilizar varias direcciones para obtener un solo modelo que las satisfaga. El procedimiento general para modelar es el siguiente:

- Definir el efecto pepa a partir del variograma vertical, o bien, a partir del horizontal que entregue un valor menor cerca del origen.
- Definir la meseta total del variograma, la que se obtiene observando dónde se estabilizan los variogramas direccionales.
- Definir a grandes rasgos los alcances de los variogramas en las distintas direcciones. Generalmente, se calculan y usan para el modelamiento tres direcciones perpendiculares. Éstas deben ser, además, las direcciones de máxima anisotropía.
- Dado el efecto pepa, la meseta y los alcances en las distintas direcciones, definir un tipo o modelo de variograma para llegar a dicha meseta, desde el efecto pepa, y asignándole los alcances antes definidos, calcular el modelo.



- Iterar para mejorar el ajuste del modelo, ya sea corrigiendo el efecto pepa, meseta y alcances, o bien, agregando una estructura anidada adicional para dar mayor flexibilidad al modelo.

## **7. Hitos del proyecto**

A estas alturas, cada grupo debiera haber definido las poblaciones geológicas con que va a trabajar y haber validado las campañas de sondajes. Tras esta sesión, deben realizar la variografía (pueden utilizar variogramas también para validar las campañas de sondajes). Una vez lista la variografía (cálculo, interpretación y modelos), se puede iniciar la etapa de estimación.