

CURSO : MA22A-02 CALCULO EN VARIAS VARIABLES

PROFESOR: MARCELO LESEIGNEUR

FECHA: 08 /07/ 2002

EXAMEN

1.- Sea $f: R \rightarrow R$ una función de clase $C^2(R)$ tal que la función $f: U \rightarrow R$ definida por $f(x, y) = f(x^2 + y^2)$ satisface la ecuación:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} - 3y \frac{\partial f}{\partial x} = xyf(x, y) \quad (1) \quad \text{para } (x, y) \neq (0,0)$$

Si $f(1) = 0$ $f'(1) = 1$, resuelva la ecuación (1).

2.-

a) Suponga que la función f satisface $f(tx, ty) = t^n f(x, y)$ para todo t , donde n es un entero positivo y f es de clase $C^2(R^2)$

Verifique que la función satisface $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = nf(x, y)$

b) Encuentre el mínimo y máximo global de $f(x, y) = x^2 + y^2 + x^2 y + 4$ en la región

$$D = \{(x, y) / |x| \leq 1 \quad |y| \leq 1\}$$

c) Calcular los extremos de la función $f(x, y) = 2x + y^2$ sobre el conjunto:

$$K = \{(x, y) \in R^2 / x^2 + y^2 \leq 2; y^2 - x \geq 0\}$$

3.-

a) Calcular $\iint_R (x+y)^2 e^{x-y} dx dy$ donde $R = \{(x, y) / x - y = -1 \quad x - y = 1 \quad x + y = 1 \quad x + y = 4\}$

Indicación: Dibuje la región de integración y defina un cambio de variables apropiado para calcular la integral.

b) Calcular el volumen encerrado por las curvas $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ $x^2 + y^2 = ay$