UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MAT.

CURSO: MA22A-05 CALCULO EN VARIAS VARIABLES
PROFESOR: MARCELO LESEIGNEUR
FECHA: 07 / 05 / 2004 TIEMPO: 1,5 HORAS

<u>EJERCICIO #2</u>

1.- Sea $f : R^2 \to R$ definida por:

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 y}{x^4 + y^2} & (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & (x, y) = (0,0) \end{cases}$$

i) Determinar para qué direcciones existe la derivada direccional de *f* en *(0,0)*.

ii) Sea $l : R \to R^2$ definida por:

$$l(t) = \begin{cases} (t, t^2 \operatorname{sen}(\frac{1}{t}))^T & Si \quad t \neq 0 \\ (0,0) & Si \quad t = 0 \end{cases}$$

Muestre que ? es diferenciable en $t = 0$

iii) Encuentre las derivadas parciales de *f* donde existan.

iv) Estudie la diferenciabilidad de $(f o l)$ en $t = 0$. Concluya acerca de la diferenciabilidad de *f* en *(0,0)*

2.- Sea $F : R^3 \to R^3$ definida por:

$$F(u, v, w) = \begin{pmatrix} f_1(u, v, w) \\ f_2(u, v, w) \\ f_3(u, v, w) \end{pmatrix}$$

donde $f_i : R^3 \to R$.

Se define la divergencia de F como:

$$divF = \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial f_2}{\partial y} + \frac{\partial f_3}{\partial z}$$

Sea $G : R^3 \to R^3$ definida por:

$$G(r, q, z) = \begin{pmatrix} r\cos q \\ r\sin q \\ z \end{pmatrix}$$

Se define $\hat{r} = \dfrac{\frac{\partial G}{\partial r}}{\left\| \frac{\partial G}{\partial r} \right\|}$; $\hat{z} = \dfrac{\frac{\partial G}{\partial z}}{\left\| \frac{\partial G}{\partial z} \right\|}$; $\hat{q} = \dfrac{\frac{\partial G}{\partial q}}{\left\| \frac{\partial G}{\partial q} \right\|}$ donde $\dfrac{\partial G}{\partial r}$, $\dfrac{\partial G}{\partial q}$, $\dfrac{\partial G}{\partial z}$, representan vectores, los cuales se obtienen derivando parcialmente a G componente a componente.

Considere además $H : R^3 \to R^3$ definida como:

$$H(r, q, z) = h_1(r, q, z)\hat{r} + h_2(r, q, z)\hat{q} + h_3(r, q, z)\hat{z}$$

i) Encuentre $\hat{r}, \hat{q}, \hat{z}$. Deduzca que H se puede escribir como:

$$H(r, q, z) = A_1(r, q, z)\hat{i} + A_2(r, q, z)\hat{j} + A_3(r, q, z)\hat{z}$$

Encuentre explícitamente A_1 , A_2 y A_3.

ii) Demuestre que $divH = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial(rh_1)}{\partial r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial h_2}{\partial q} + \dfrac{\partial h_3}{\partial z}$